Sessió 7. Moviments.

Fitxa 12: Moviments. (fitxa12a.fig, fitxa12b.fig, fitxa12c.fig).

Activitat 31. (activ31.fig).
Teorema de la composició d'homotècies.

Siga l'homotècia f de centre O_1 i de raó r_1.
Siga l'homotècia g de centre O_2 i de raó r_2.
Siga $r_1 \cdot r_2 \neq 1$
Aleshores, $g \circ f$ és una homotècia de raó $r_1 \cdot r_2$ i el seu centre d'homotècia està alineat

Activitat 32. (activ32a.fig, activ32b.fig, activ32c.fig).
Construcció de mosaics.

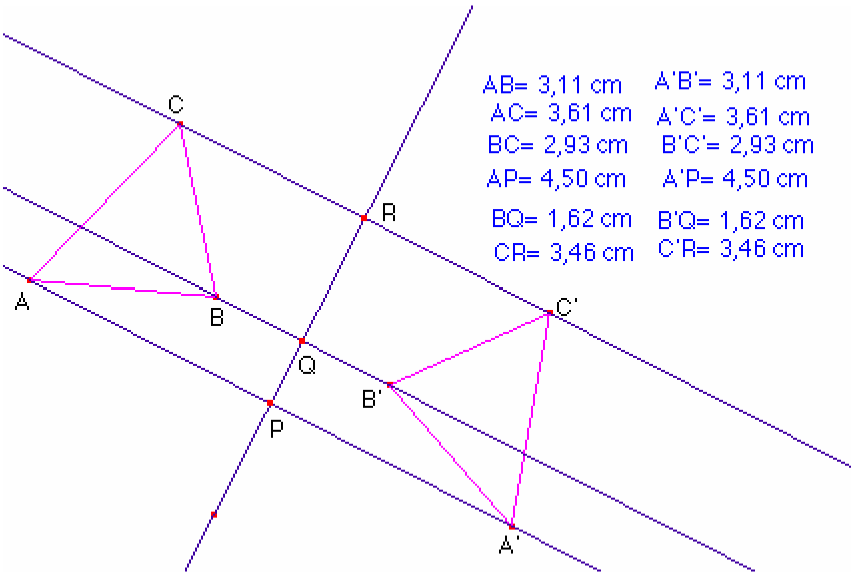
Activitat 33. (activ33.fig).
Problema:

Siga el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
Siga C1 el simètric de C respecte de A.
Siga C2 el simètric de C1 respecte de B.
Siga C3 el simètric de C2 respecte de C.
Siga C4 el simètric de C3 respecte de A.
Siga C5 el simètric de C4 respecte de B.
Proveu que els punts C i C5 són coincidents.

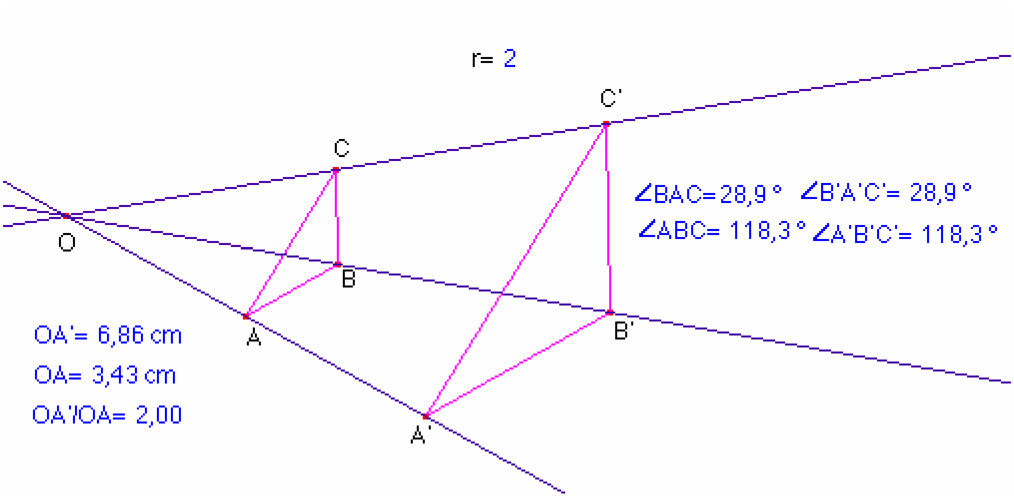
Activitat 34. (activ34i.fig, activ34e.fig).
Dibuixeu les rectes tangents (interiors i exteriors) a dues circumferències.

Fitxa 12: Moviments.

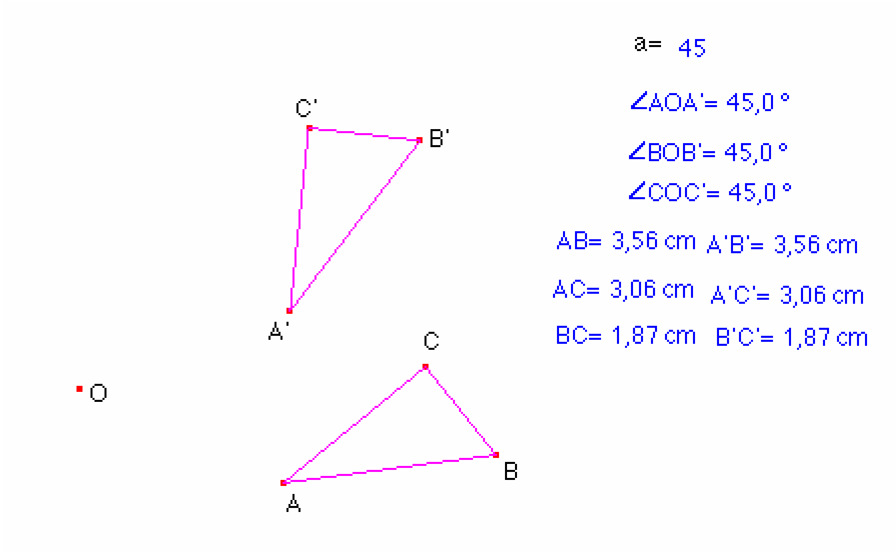
a) Dibuixeu el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
b) Dibuixeu la recta r.
c) Dibuixeu el triangle $A'\overset{\Delta}{B'}C'$ simètric del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ respecte de la recta r.
d) Calculeu la longitud dels costats de tots dos triangles i comproveu que són iguals.
e) Dibuixeu la recta m perpendicular a la recta r que passa pel punt A.
f) Noteu que el punt A' pertany a la recta m.
g) Feu la intersecció de les rectes r, m. Anomeneu el punt P.
h) Calculeu les longituds dels segments $\overline{AP}, \overline{A'P}$ i noteu que són iguals.
i) Dibuixeu la recta n perpendicular a la recta r que passa pel punt B.
j) Feu la intersecció de les rectes r, n. Anomeneu el punt Q.
k) Calculeu les longituds dels segments $\overline{BQ}, \overline{B'Q}$ i noteu que són iguals.
l) Dibuixeu la recta p perpendicular a la recta r que passa pel punt C.
m) Feu la intersecció de les rectes r, p. Anomeneu el punt R.
n) Calculeu les longituds dels segments $\overline{CR}, \overline{C'R}$ i noteu que són iguals.



a) Dibuixeu el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
b) Dibuixeu el punt O, centre d'homotècia.
c) Definiu el valor $r = 2$ raó d'homotècia.
d) Dibuixeu el triangle $A'\overset{\Delta}{B'}C'$ homotètic del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ de raó r i centre O.
e) Dibuixeu la recta s que passa pels punts A, A' i noteu que el punt O passa per ella.
f) Dibuixeu la recta t que passa pels punts B, B' i noteu que el punt O passa per ella.
g) Dibuixeu la recta v que passa pels punts C, C' i noteu que el punt O passa per ella.
h) Comproveu que ambdós triangles són semblants i la raó de semblança és r.
i) Comproveu que $\dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OB'}}{\overline{OB}} = \dfrac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = r$.



a) Dibuixeu el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
b) Dibuixeu el punt O, centre de rotació.
c) Definiu el valor a = 45º angle de rotació.
d) Dibuixeu el triangle $A'\overset{\Delta}{B'}C'$ rotació de 45º del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$ de centre O.
e) Calculeu la longitud dels costats de tots dos triangles i comproveu que són iguals.
f) Comproveu que $\angle AOA' = \angle BOB' = \angle COC' = a$

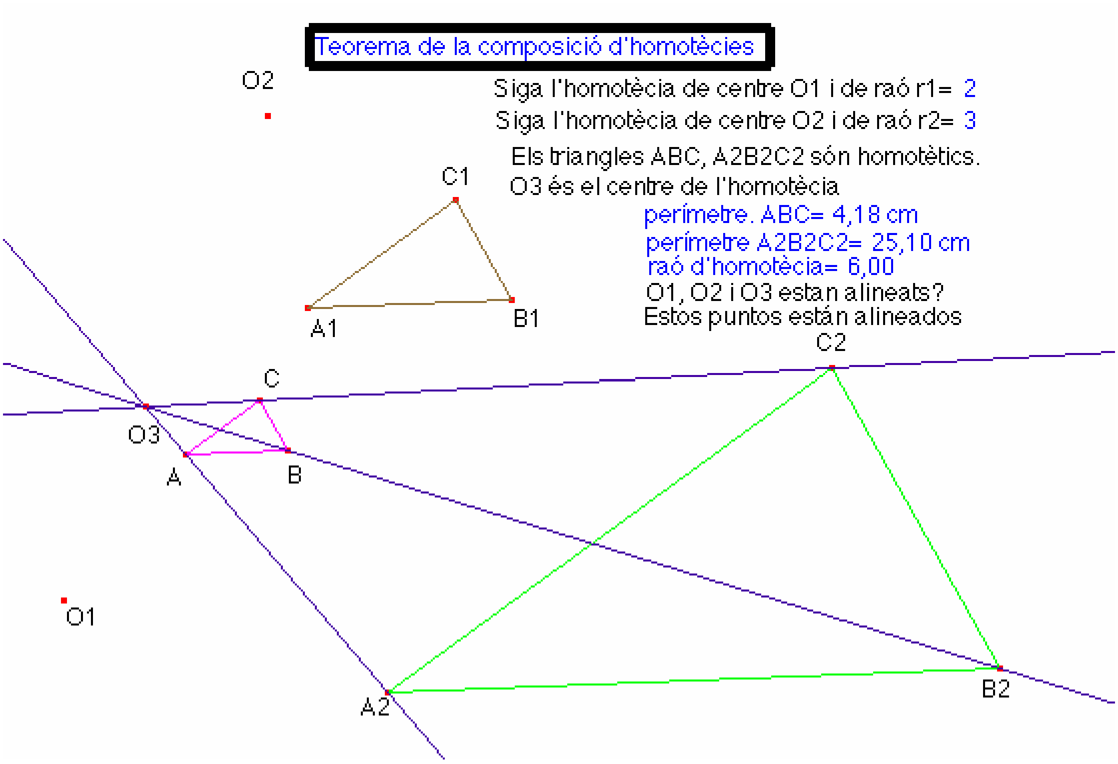


Activitat 31.
Teorema de la composició d'homotècies.

Siga l'homotècia f de centre O_1 i de raó r_1.
Siga l'homotècia g de centre O_2 i de raó r_2.
Siga $r_1 \cdot r_2 \neq 1$
Aleshores, $g \circ f$ és una homotècia de raó $r_1 \cdot r_2$ i el seu centre d'homotècia està alineat amb els punts O_1, O_2.

Nota 1:
Si $r_1 \cdot r_2 = 1$ la composició és una translació.

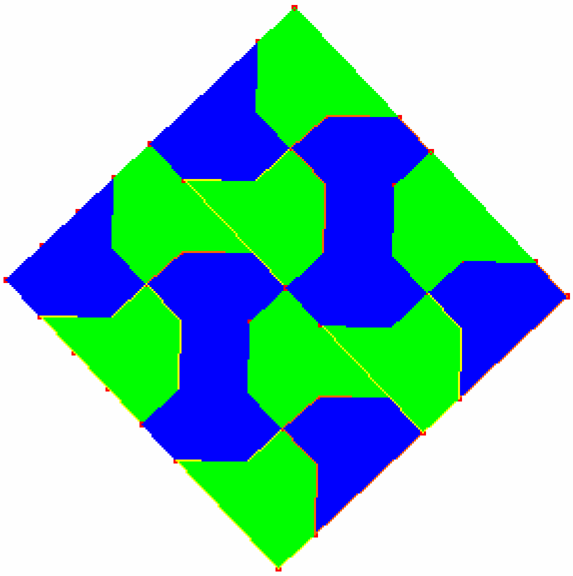
Nota 2:
La composició d'homotècies no és commutativa.

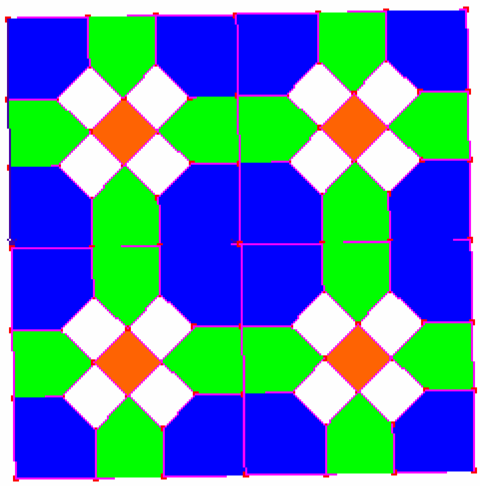


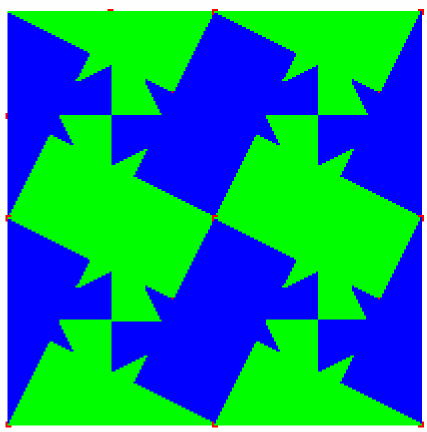
Activitat 32. Mosaics.

Obriu els fitxer activ32a.fig, activ32b.fig, activ32c.fig i reviseu la construcció dels mosaics.

Les macros dels mosaics són: mosaic1b.mac, mosaic3.mac.







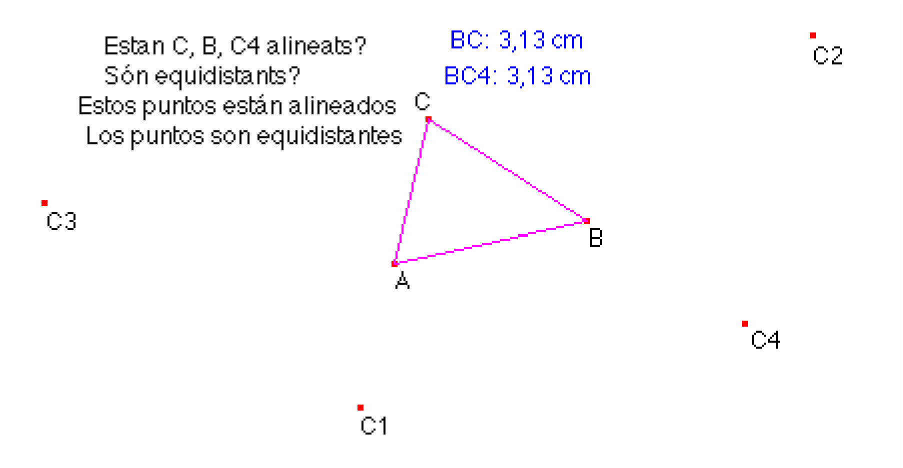
Activitat 33.

Problema:

Siga el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
Siga C1 el simètric de C respecte de A.
Siga C2 el simètric de C1 respecte de B.
Siga C3 el simètric de C2 respecte de C.
Siga C4 el simètric de C3 respecte de A.
Siga C5 el simètric de C4 respecte de B.
Proveu que els punts C i C5 són coincidents.

Procés de resolució:

a) Dibuixeu el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
b) Dibuixeu el punt C1 simètric de C respecte de A.
c) Dibuixeu el punt C2 simètric de C1 respecte de B.
d) Dibuixeu el punt C3 simètric de C2 respecte de C.
e) Dibuixeu el punt C4 simètric de C3 respecte de A.
f) Proveu que els punts C, B, C4 estan alineats i són equidistants. Aleshores C és el punt simètric de C4 respecte de B.



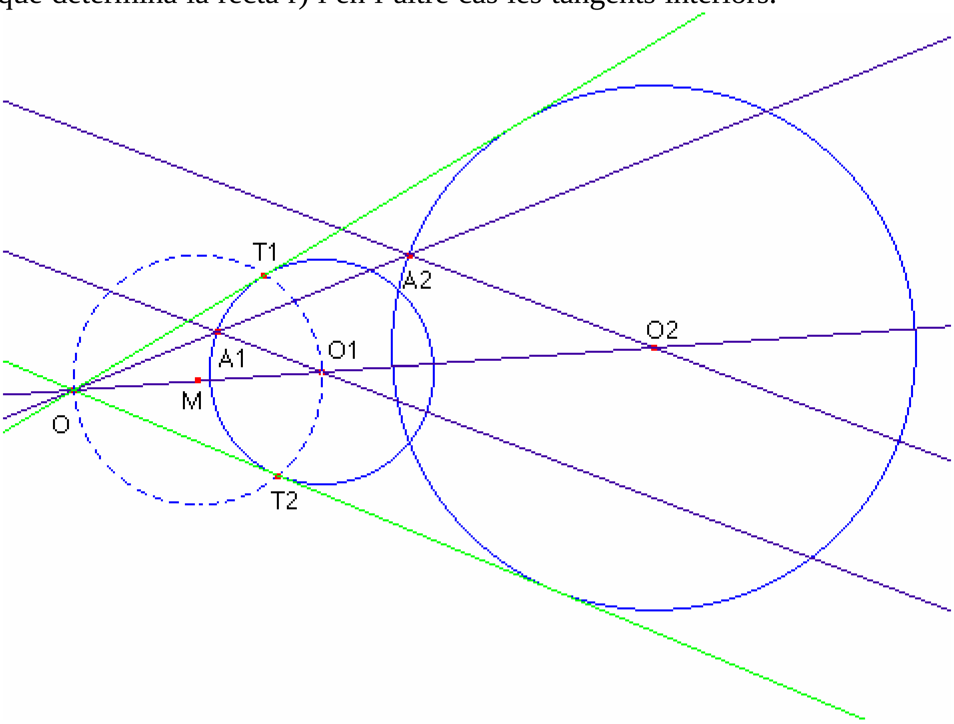
Activitat 34.

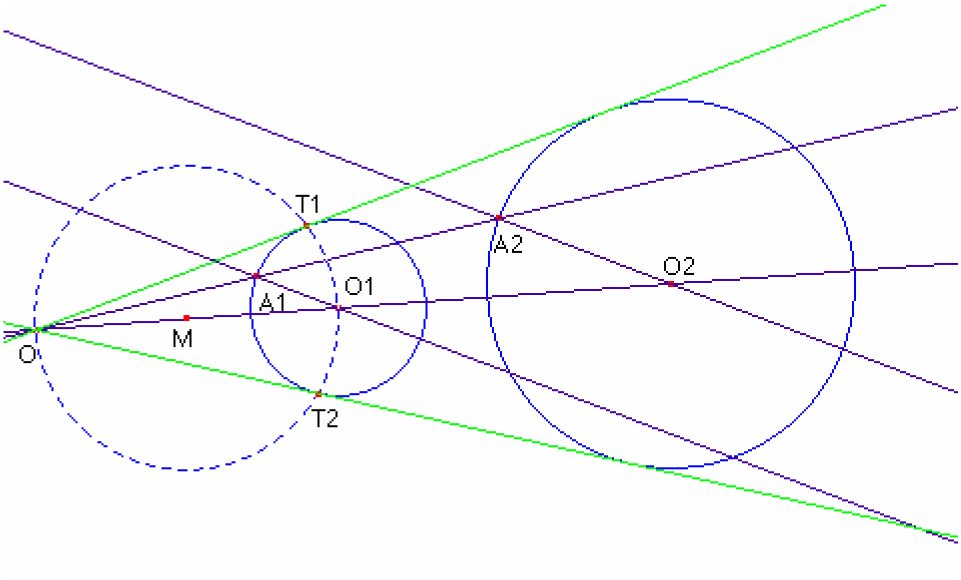
Dibuixeu les rectes tangents (interiors i exteriors) a dues circumferències.

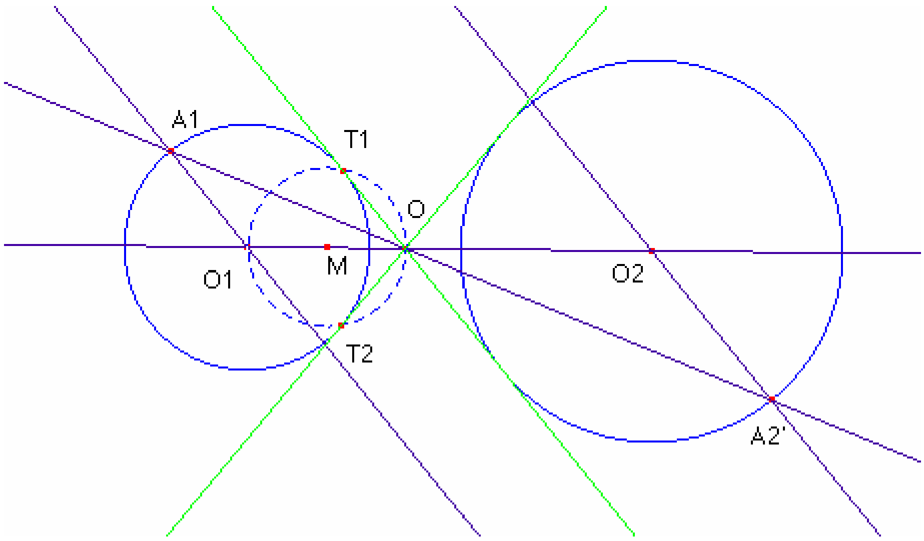
Utilitzarem la propietat que dues circumferències són homotètiques. Determinarem el centre d'homotècia de dues circumferències.

a) Dibuixeu les circumferències C_1, C_2 de centres O_1, O_2, respectivament.
b) Els centres de les circumferències són homotètics.
c) Dibuixeu la recta r que passa pels centres O_1, O_2.
d) Dibuixeu la recta s que passa pel punt O_1.
e) Feu la intersecció de la recta s i la circumferència C_1. Anomeneu el punt A_1.
f) Dibuixeu la recta t paral lela a la recta s que passa pel punt O_2.
g) Feu la intersecció de la recta t i la circumferència C_2. Anomeneu els punts A_2, A_2'. Noteu que els punts A_1, A_2 són homotètics i els punts A_1, A_2' són homotètics.
h) Dibuixeu la recta m que passa pels punts A_1, A_2.
i) Feu la intersecció de les rectes r, m. Anomeneu els punt O (centre d'homotècia de les circumferències C_1, C_2.
j) Dibuixeu les rectes tangents a la circumferència C_1 que passen pel punt O.
   Dibuixeu el punt mig M del segment $\overline{OO_1}$.
   Dibuixeu la circumferència D_1 de centre M que passa pel punt O.
   Feu la intersecció de les circumferències C_1, D_1. Anomeneu els punts T_1, T_2.
   Dibuixeu la recta u, que passa pels punts O, T_1
   Dibuixeu la recta v que passa pels punts O, T_2.
   Noteu que les rectes u, v són les rectes tangents a les circumferències C_1, C_2.

k) Repetiu el procediment (h) amb els punts A_1, A_2'.
l) En un cas donaran les tangents exteriors (si A_1, A_2 estan en un dels semiplànols que determina la recta r) i en l'altre cas les tangents interiors.




T1
A2
O2
O1
A1
O
M
T2


A1
T1
O
O1
M
O2
T2
A2'