



Paràbola i recta tangent a la paràbola

Un punt d'una paràbola és $A(1, 0)$ i el vèrtex és $V(3, 2)$.

- Determineu l'eix de simetria de la paràbola.
- Determineu la seua equació i les seues característiques.
- Construiu una taula de la funció entre $[-6, 10]$.
- Determineu la recta tangent a la corba en el punt $\left(2, \frac{3}{2}\right)$.
- Construiu una taula de la recta tangent entre $[-6, 10]$.
- Dibuixeu en una mateixa gràfica la paràbola i la recta tangent.

Solució:

$A(1, 0)$ és un punt de tall de la paràbola amb l'eix d'abscisses.

Si $V(3, 2)$ és el vèrtex, $x = 3$ és l'eix de simetria de la paràbola.

L'altre punt de tall amb l'eix d'abscisses és el simètric de $A(1, 0)$ respecte de l'eix $x = 3$, és a dir, $A'(5, 0)$.

Per determinar l'equació de la paràbola utilitzarem dos mètodes.

Mètode 1:

Si $A(1, 0)$, $A'(5, 0)$ són punts de tall de la paràbola amb l'eix d'abscisses, $x = 1$, $x = 5$, són zeros de la funció polinòmica de segon grau i per tant el polinomi es pot factoritzar:
 $f(x) = a(x - 1)(x - 5)$.

$V(3, 2)$, pertany a la funció, aleshores:

$$2 = a(3 - 1)(3 - 5)$$

Resolent, l'equació:

$$a = -\frac{1}{2}$$

La paràbola és $f(x) = \frac{-1}{2}(x - 1)(x - 5)$.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$$

Mètode 2:

Calcularem la regressió quadràtica dels punts $A(1, 0)$, $A'(5, 0)$, $V(3, 2)$.

Utilitzarem el menú estadística de la calculadora Casio 991 Classwiz:

MENU **6** **3**

Introduïm les coordenades dels punts:

$\times \div$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$	1: 1-Variable 2: $y = a + bx$ 3: $y = a + bx + cx^2$ 4: $y = a + b \cdot \ln(x)$	$\frac{1}{2}$ \times $\frac{1}{5}$ $\frac{0}{0}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{3}{2}$
$\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$ $\frac{\square}{\square}$		
6: Estadística		

Amb la funció OPTN calculem la regressió:

OPTN 4

1:Selec tipus
2:Editor
3:Càl 2-variables
4:Càlcul regress

$$y=ax+bx^2+cx^2$$
$$a=-2.5$$
$$b=3$$
$$c=-0.5$$

Aleshores, $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$.

Resumint:

La paràbola és convexa ja que $a = -\frac{1}{2} < 0$.

El punt de tall amb l'eix d'ordenades és $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$.

Els punts de tall amb l'eix d'abscisses són $A(1, 0)$, $A'(5, 0)$.

L'eix de simetria és $x = 3$ i el vèrtex $x = 3$.

Notem que el punt $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ pertany a la paràbola ja que $\frac{3}{2} = -\frac{1}{2}2^2 + 3 \cdot 2 - \frac{5}{2}$.

L'equació de la recta tangent a la corba $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ en el punt $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ té

equació:

$$y - \frac{3}{2} = f'(2)(x - 2).$$

Per calcular la derivada de la funció utilitzarem la calculadora casio 991:

SHIFT $\int \frac{d}{dx}$

$$\frac{d}{dx} (\square) \Big|_{x=\square}$$

Introduïm la funció i $x = 2$:

(←) (☐) 1 (▼) 2 (▶) (x) (x²) (+) 3 (x) (-) (☐) 5 (▼) 2 (▶) (▶) 2 (=)

$$\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \right) \Big|_{x=2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \right) \Big|_{x=2}$$

1

Aleshores, $f'(2) = 1$, pendent de la recta tangent.

L'equació de la recta tangent és:

$$y - \frac{3}{2} = 1 \cdot (x - 2).$$

$$y = x - \frac{1}{2}.$$

Construïu una taula de la paràbola $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ i de recta tangent $y = x - \frac{1}{2}$ entre $[-6, 10]$, amb el menú taula de la calculadora:

MENU 9

(←) 1 (↓) 2 (→) x x² + 3 x - 5 (⇐) 5 (↓) 2 =

x - 1 (↓) 2 =

- 6 = 1 0 = 1

9: Taula

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$	$g(x) = x - \frac{1}{2}$
---	--------------------------

Rang taula
Inici: -6
Fi : 10
Pas : 1

x	f(x)	g(x)
-6	-38.5	-6.5
-5	-30	-5.5
-4	-22.5	-4.5
-3	-16	-3.5

-6

x	f(x)	g(x)
-2	-10.5	-2.5
-1	-6	-1.5
0	-2.5	-0.5
1	0	0.5

1

x	f(x)	g(x)
2	1.5	1.5
3	2	2.5
4	1.5	3.5
5	0	4.5

5

x	f(x)	g(x)
6	-2.5	5.5
7	-6	6.5
8	-10.5	7.5
9	-16	8.5

9

Utilitzarem la funció QR de la calculadora per dibuixar les dues funcions:

SHIFT OPTN

