



Triangle isòsceles inscrit en un triangle rectangle.

Funció tangent.

Donat el triangle rectangle isòsceles $\triangle ABC$, $A = 90^\circ$,

$\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ cm, construïm el triangle isòsceles inscrit $\triangle APQ$ tal que $\angle PAQ = x$ rad.

a) Si $x = \frac{\pi}{3}$ calculeu l'àrea del triangle $\triangle APQ$.

b) Ompliu la següent taula:

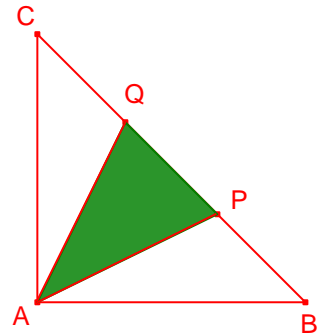
x (rad)	S_{APQ} (cm ²)
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{5}$	
$\frac{\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{3}$	
1	
1'25	
1'5	
x	

c) Quins valors pot tenir x ?

d) Quin tipus de funció és?

e) Dibuixeu la gràfica de la funció.

f) Si l'àrea del triangle $\triangle APQ$ és 30 cm² quin és el valor de x en radians? I en el sistema sexagesimal?



Solució:

Siga M el punt mig del segment \overline{PQ} .

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle ABM$:

$$\overline{AM} = \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{AB} = 5\sqrt{2}.$$

Siga $x = \frac{\pi}{3}$. El triangle $\triangle APQ$ és equilàter:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AP}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \overline{AP} = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

$$S_{APQ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \overline{AP}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{100 \cdot 2}{3} = \frac{50}{3} \sqrt{3} \approx 28.87 \cdot \text{cm}^2.$$

Siga $\angle PAQ = x$.

$$\angle PAM = \frac{x}{2}.$$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\triangle APM$:

$$\overline{PM} = \overline{AM} \cdot \text{tg} \frac{x}{2}.$$

L'àrea del triangle és:

$$S_{APQ} = \overline{PM} \cdot \overline{AM} = (5\sqrt{2})^2 \text{tg} \frac{x}{2}.$$

$$S(x) = 50 \cdot \text{tg} \frac{x}{2}, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

Per dibuixar la gràfica de la funció, utilitzarem el menú taula de la calculadora.

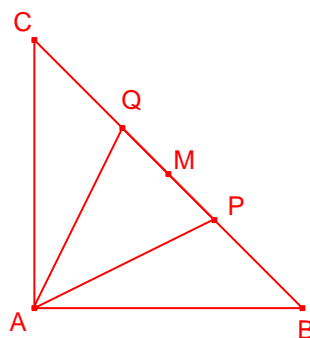
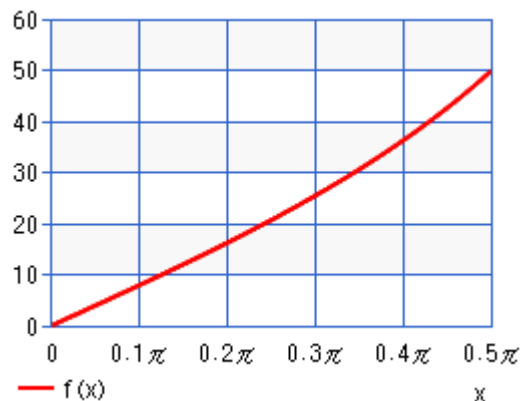
Les mesures angular seran radians.

$f(x) = 50 \times \tan\left(\frac{x}{2}\right)$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 1.5707 Paso : 0.3141																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.3141</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.6283</td></tr> <tr><td>4</td><td>0.9424</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	0	2	0.3141	3	0.6283	4	0.9424	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>1.0471</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>1.25</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.33</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	1.0471	6	1	7	1.25	8	1.33
x	f(x)																				
1	0																				
2	0.3141																				
3	0.6283																				
4	0.9424																				
x	f(x)																				
5	1.0471																				
6	1																				
7	1.25																				
8	1.33																				
0	1.5																				

Notem en la taula que $\frac{\pi}{3} \approx 1.0471$,

$$S\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx 28.867 \text{ cm}^2.$$

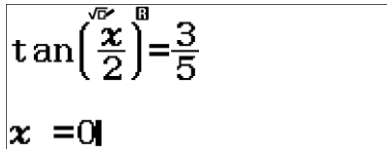
Per dibuixar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora.



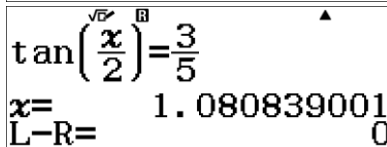
Si l'àrea del triangle $\triangle APQ$ és 30 cm^2 .

$$S(x) = 50 \cdot \text{tg} \frac{x}{2} = 30.$$

$\text{tg} \frac{x}{2} = \frac{3}{5}$. Per resoldre l'equació utilitzarem la funció *SOLVE* de la calculadora:



$\text{tan}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{3}{5}$
 $x = 0$

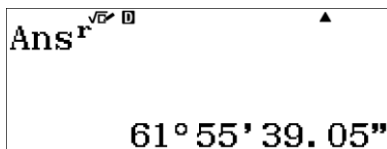


$\text{tan}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{3}{5}$
 $x = 1.080839001$
L-R = 0

El valor de x és $x \approx 1.080839001$ rad.

El resultat està en radian si volem passar-lo a sexagesimal.

Canviem la configuració i amb la tecla **OPTN** canviem les unitats a sexagesimal:



Ans^r
 $61^\circ 55' 39.05''$

L'àrea del triangle $\triangle APQ$ és 30 cm^2 quan $x \approx 61^\circ 55' 39''$.

