



## Tres triangles.

Siga el segment  $\overline{AB} = 10$  cm i un punt M del segment  $\overline{AB}$  tal que  $\overline{AM} = x$ .

Es dibuixen els triangles equilàters  $\triangle AMP$  i  $\triangle MBQ$  sobre el mateix costat del segment.

a) Si  $x = 8$  calculeu l'àrea  $S(8)$  del triangle  $\triangle MPQ$ .

b) Quins valors pot tenir  $x$ ?

c) Ompliu la següent taula:

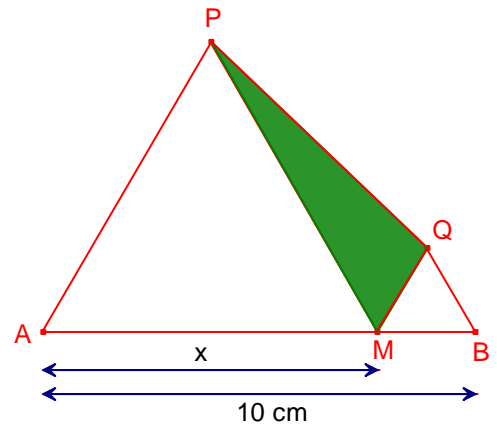
$x$	$S(x)$ de triangle $\triangle MPQ$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
$x$	

d) Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

e) Representeu la funció.

f) Per a quin valor de  $x$  l'àrea és màxima?. Quina és l'àrea màxima?-

g) Per a quins valors de  $x$  l'àrea és  $8 \text{ cm}^2$ ?



Solució:

a) b)

Notem que  $\angle PMQ = 60^\circ$ .

Siga T la projecció de P sobre la recta MQ.

$$\overline{MP} = \overline{AM} = x.$$

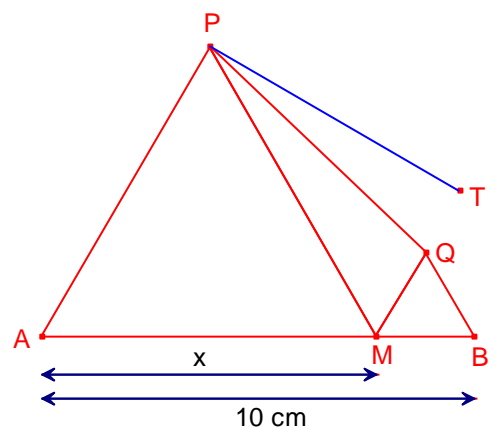
$$\overline{MQ} = \overline{MB} = 10 - x.$$

$$\overline{PT} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{PM} = \frac{\sqrt{3}}{2} x.$$

L'àrea del triangle  $\triangle MPQ$  és:

$$S(x) = \frac{1}{2} \overline{MQ} \cdot \overline{PT}.$$

$$S(x) = \frac{1}{2} x \frac{\sqrt{3}}{2} (10 - x). \quad S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (-x^2 + 10x), \quad x \in [0, 10].$$



$\frac{1}{2} \times 2 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2} \times 2 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$4\sqrt{3}$	6.92820323

$S(4) = 4\sqrt{3} \approx 6.93 \text{ cm}^2$ .

c)

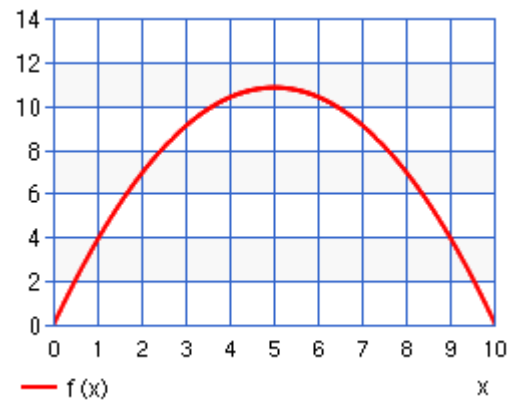
Per omplir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(-x^2 + 10x)$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 10 Paso: 1																				
<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>3.8971</td></tr> <tr><td>3</td><td>6.9282</td></tr> <tr><td>4</td><td>9.0932</td></tr> </table>	x	f(x)	1	0	2	3.8971	3	6.9282	4	9.0932	<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>5</td><td>10.392</td></tr> <tr><td>6</td><td>10.825</td></tr> <tr><td>7</td><td>10.392</td></tr> <tr><td>8</td><td>9.0932</td></tr> </table>	x	f(x)	5	10.392	6	10.825	7	10.392	8	9.0932
x	f(x)																				
1	0																				
2	3.8971																				
3	6.9282																				
4	9.0932																				
x	f(x)																				
5	10.392																				
6	10.825																				
7	10.392																				
8	9.0932																				
<table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>9</td><td>6.9282</td></tr> <tr><td>10</td><td>3.8971</td></tr> <tr><td>11</td><td>0</td></tr> <tr><td>12</td><td></td></tr> </table>	x	f(x)	9	6.9282	10	3.8971	11	0	12												
x	f(x)																				
9	6.9282																				
10	3.8971																				
11	0																				
12																					

La funció és una paràbola convexa.

d)

Per representar la gràfica utilitzarem el codi QR de la calculadora:



e)

Per calcular l'àrea màxima resoldrem l'equació

$S(x) = 0$  amb la calculadora que ens donarà els punts de tall de la paràbola amb l'eix d'abscisses i el vèrtex de la paràbola (en aquest cas el màxim).

Utilitzarem el menú EQUACIONS de la calculadora:

$ax^2+bx+c$ - 0.433x <sup>2</sup> + 4.3301x +	
$ax^2+bx+c=0$ X <sub>1</sub> =	$ax^2+bx+c=0$ X <sub>2</sub> =
Máx de $y=ax^2+bx+c$ x=	Máx de $y=ax^2+bx+c$ y= $\frac{25\sqrt{3}}{4}$
	Máx de $y=ax^2+bx+c$ y= 10.82531755

Els punts de tall amb l'eix d'abscisses són  $(0, 0)$ ,  $(10, 0)$ .

L'eix de simetria és  $x = 5$  i el vèrtex  $V\left(5, \frac{25\sqrt{3}}{4}\right)$ .

L'àrea màxima del triangle  $MPQ$  s'assoleix quan  $x = 5$  (el punt mig del segment  $\overline{AB}$ ) i

l'àrea màxima és  $S(5) = \frac{25\sqrt{3}}{4} \approx 10.83 \text{ cm}^2$ .

f)

Per calcular els valors de  $x$  tals que l'àrea del triangle  $MPQ$  és  $8 \text{ cm}^2$  resoldrem l'equació  $S(x) = 8$ .

$$ax^2+bx+c=0$$
$$-0.433x^2+4.3301x-8$$

$$ax^2+bx+c=0$$
$$x_1=7.55436712$$

$$ax^2+bx+c=0$$
$$x_2=2.44563288$$

Els dos valors pertanyen al domini.

L'àrea del triangle  $MPQ$  és  $8 \text{ cm}^2$  quan  $x \approx 2.45 \text{ cm}$ ,  $x \approx 7.55 \text{ cm}$ .