



Suma d'àrees.

Funció quadràtica.

Siga M un punt sobre el segment $\overline{AB} = 4$ cm.

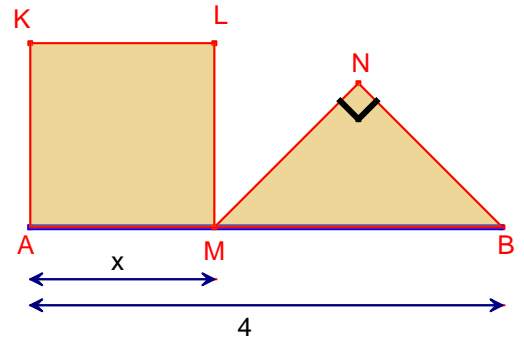
Sobre el mateix costat del segment es dibuixa el quadrat AKLM i el triangle rectangle isòsceles $\triangle MNB$, $N = 90^\circ$.

Siga $\overline{AM} = x$.

a) Si $x = 1$, calculeu la suma de les àrees del quadrat i del triangle.

b) Ompliu la següent taula:

x	S(x) suma d'àrees
0'5	
1	
1'5	
2	
2'5	
3	
3'5	
4	
x	



c) Quin tipus de funció és? Escriu les seues característiques. Representeu la funció.

d) Per a quin valor de x la suma d'ambdues àrees és mínima.

e) Per a quins valors de x la suma de les àrees és menor o igual que 4 cm^2 .

Solució:

a) b)

Siga $\overline{AM} = x$, $\overline{BM} = 4 - x$. Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle MNB$:

$$\overline{MN} = \overline{BN} = \frac{\sqrt{2}}{2}(4 - x).$$

L'àrea del quadrat AKLM és: $S_{AKLM} = x^2$.

L'àrea del triangle rectangle $\triangle MNB$ és $S_{MNB} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(4 - x) \right)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$.

La suma de les àrees del quadrat i el triangle és:

$$S(x) = \frac{5}{4}x^2 - 2x + 4, \quad x \in [0, 4].$$

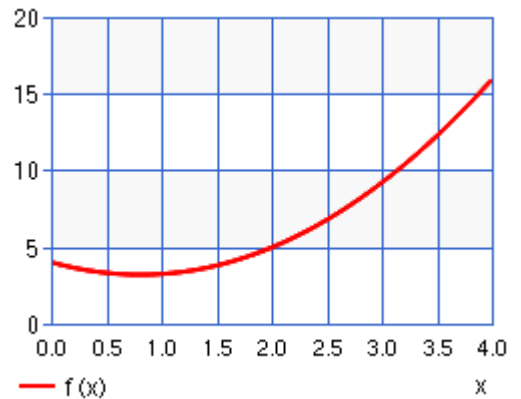
Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

$f(x) = \frac{5}{4}x^2 - 2x + 4$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 4 Paso : 0.5
----------------------------------	---

x	f(x)
1	3.3125
2	3.25
3	3.8125

L'àrea quan $x = 1$ és $S(1) = \frac{13}{4} = 3.25$.

c)
La funció és una paràbola còncaua.
Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



d)
Per calcular el mínim de la funció resolrem l'equació $S(x) = 0$ en la calculadora que ens dona els punts de tall i les coordenades del vèrtex:

ax^2+bx+c $1.25x^2 - 2x + 4$	i
$ax^2+bx+c=0$ $x_1 = \frac{4+8i}{5}$	$x_2 = \frac{4-8i}{5}$
$\text{Mín de } y=ax^2+bx+c$ $x = \frac{4}{5}$	$y = \frac{16}{5}$

La funció no té punts de tall amb l'eix d'abscisses.

El mínim de la funció s'assoleix quan $x = \frac{4}{5} = 0.8$ cm i l'àrea mínima és

$$S\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{16}{5} \approx 3.2 \text{ cm}^2.$$

Per determinar els valors de x tals que la suma de les àrees és menor o igual que 4 cm^2 resolrem la inequació $S(x) \leq 4$.

$$\frac{5}{4}x^2 - 2x + 4 \leq 4 \quad \frac{5}{4}x^2 - 2x \leq 0.$$

Per resoldre la inequació utilitzarem el menú inequacions de la calculadora:

$ax^2+bx+c \leq 0$ $1.25x^2 - 2x + 4 \leq 0$	$a \leq x \leq b$ $0 \leq x \leq \frac{8}{5}$
---	--

La suma de les àrees és menor o igual que 4 cm^2 quan $x \in \left[0, \frac{8}{5}\right]$.