



Altura d'un triangle isòsceles.

Funció amb radicals.

Siga el triangle isòsceles $\triangle ABC$ $\overline{AB} = \overline{AC}$ de perímetre 30 cm.

Siga $\overline{BC} = x$ costat desigual.

a) Si $x = 4$ cm calculeu la mesura $L(4)$ de l'altura \overline{AH} .

b) Ompliu la taula següent:

x	L(x) longitud de l'altura
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
x	

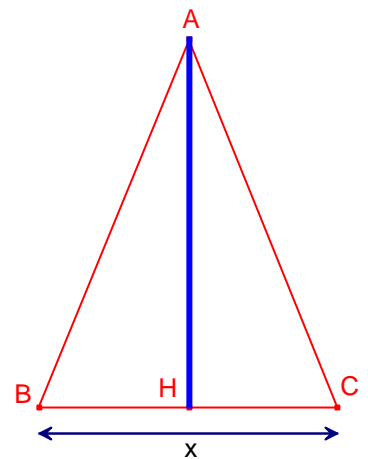
c) Quins valors pot tenir x?

d) Representeu la funció.

e) Si l'altura \overline{AH} mesura 10 cm, calculeu el valor x.

f) Per a quin valor de x la base és igual a l'altura?

g) Quina és la funció $L^{-1}(x)$ inversa de $L(x)$. Representeu ambdues funcions. Noteu que són simètriques respecte de la recta $y = x$.



Solució:

a) b) c)

$$\overline{BH} = \frac{x}{2}$$

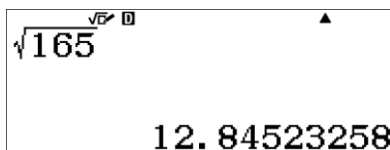
$$\overline{AB} = \frac{30 - x}{2}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle ABH$:

$$\overline{AH} = \sqrt{\left(\frac{30 - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

$$L(x) = \sqrt{225 - 15x}, \quad x \in [0, 15]$$

$$L(6) = \sqrt{165} \approx 12.85 \text{ cm}$$

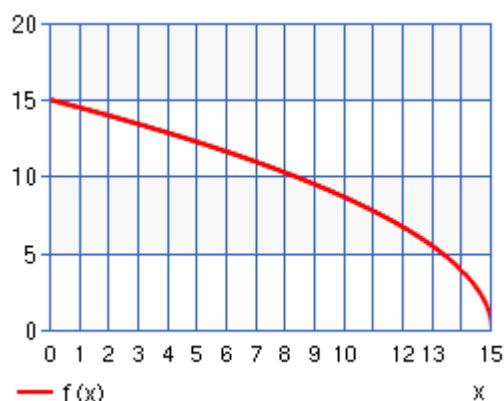


Per construir la taula utilitzarem el menú *TAULA* de la calculadora:

$f(x) = \sqrt{225 - 15x}$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 15 Paso : 1																				
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>15</td></tr> <tr><td>2</td><td>14.491</td></tr> <tr><td>3</td><td>13.964</td></tr> <tr><td>4</td><td>13.416</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	15	2	14.491	3	13.964	4	13.416	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>12.845</td></tr> <tr><td>6</td><td>12.247</td></tr> <tr><td>7</td><td>11.618</td></tr> <tr><td>8</td><td>10.954</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	12.845	6	12.247	7	11.618	8	10.954
x	f(x)																				
1	15																				
2	14.491																				
3	13.964																				
4	13.416																				
x	f(x)																				
5	12.845																				
6	12.247																				
7	11.618																				
8	10.954																				
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>10.246</td></tr> <tr><td>10</td><td>9.4868</td></tr> <tr><td>11</td><td>8.6602</td></tr> <tr><td>12</td><td>7.7459</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	10.246	10	9.4868	11	8.6602	12	7.7459	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>13</td><td>6.7082</td></tr> <tr><td>14</td><td>5.4772</td></tr> <tr><td>15</td><td>3.8729</td></tr> <tr><td>16</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	13	6.7082	14	5.4772	15	3.8729	16	0
x	f(x)																				
9	10.246																				
10	9.4868																				
11	8.6602																				
12	7.7459																				
x	f(x)																				
13	6.7082																				
14	5.4772																				
15	3.8729																				
16	0																				

d)

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



e)

Siga $\overline{AH} = 10$ mesura 10 cm, per calcular el valor x resolrem l'equació: $L(x) = 10$:

$$\sqrt{225 - 15x} = 10.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció *SOLVE* de la calculadora:

$\sqrt{225 - 15x} = 10$	$\sqrt{225 - 15x} = 10$ $x = 8.333333333$ $L-R = 0$
-------------------------	---

Si l'altura mesura 10 cm, la base és $x = \frac{25}{3} \approx 8.33$ cm.

f)

Per determinar el valor de x tal que la base és igual a l'altura resolrem l'equació $L(x) = x$.

$$\sqrt{225 - 15x} = x. \text{ Elevant al quadrat:}$$

$$x^2 + 15x - 225 = 0.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem el menú *EQUACIONS* de la calculadora:

ax^2+bx+c $1x^2+ 15x - 225$ -225	$ax^2+bx+c=0$ $X_1 = \frac{-15+15\sqrt{5}}{2}$	$ax^2+bx+c=0$ $X_2 = \frac{-15-15\sqrt{5}}{2}$
--	---	---

$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$ <p style="text-align: center;">9.270509831</p>	$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$ <p style="text-align: center;">-24.27050983</p>
---	--

La segona solució no és vàlida.

La altura és igual a la base quan $x = \frac{-15+15\sqrt{5}}{2} \approx 9.27$ cm.

g)

$y = \sqrt{225 - 15x}$. Elevant al quadrat:

$y^2 = 225 - 15x$. Aïllant x :

$$x = -\frac{1}{15}y^2 + 15.$$

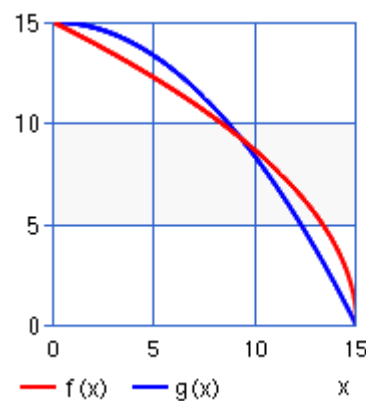
Aleshores, la funció inversa és $L^{-1}(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 15$, $x \in [0, 15]$.

Per dibuixar la gràfica de les funcions $L(x) = \sqrt{225 - 15x}$ i $L^{-1}(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 15$

utilitzarem el menú taula (amb dues funcions en la configuració).

$f(x) = \sqrt{225 - 15x}$	$g(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 15$
---------------------------	--------------------------------

x	f(x)	g(x)
1	15	15
2	14.491	14.933
3	13.964	14.733
4	13.416	14.4



Notem que $L(x) = L^{-1}(x)$ quan $x = \frac{-15+15\sqrt{5}}{2} \approx 9.27$ cm.