



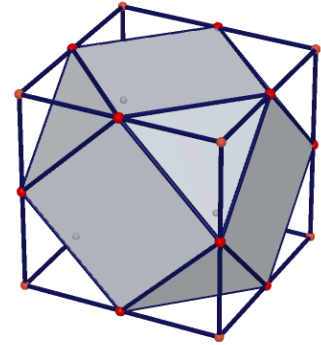
Volum d'un cuboctaedre.

Si trunquem el cub amb una secció formada pels punts migs de les arestes és forma un sòlid que s'anomena cuboctaedre.

El cuboctaedre té:

14 cares formades per 6 quadrats i 8 triangles equilàters.

12 vèrtexs d'índex 4 (en cada vèrtex concorren 4 cares)



a) Quantes arestes té el cuboctaedre?.

b) Si l'aresta del cub és $x = 1$ cm calculeu el volum $V(1)$ del cuboctaedre.

c) Ompliu la següent taula:

a aresta cub	$V(x)$ volum cuboctaedre
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
x	

d) Representeu la funció.

e) Si el volum del cuboctaedre es 100 cm^3 determineu el valor de x (aresta del cub).

f) Representeu la funció $f(x) = \frac{5}{6}x^3$, $x \in [-8, 8]$.

Solució:

a)

Per determinar el nombre d'arestes utilitzarem la fórmula d'Euler:

$$C + V = A + 2.$$

$14 + 12 = A + 2$. Resolent l'equació:

El nombre d'arestes és $A = 24$.

b) c)

El volum del cuboctaedre és igual al volum del cub menys el volum de vuit tetraedres

(de base un triangle rectangle isòceles de catets $\frac{1}{2}x$ i altura $\frac{1}{2}x$).

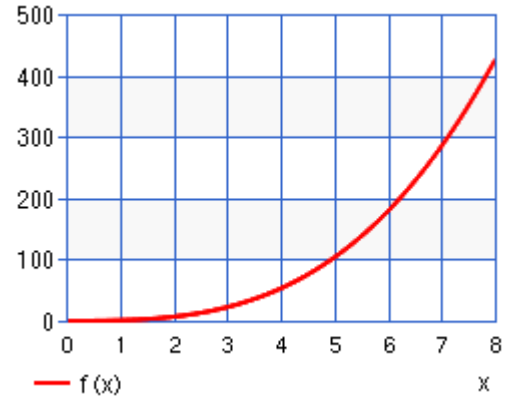
El volum és:

$$V(x) = x^3 - 8 \left(\frac{1}{3} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x \right)^2 \frac{1}{2} x \right) = \frac{5}{6} x^3. \quad V(1) = \frac{5}{6} \text{ cm}^3.$$

Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

$f(x) = \frac{5}{6}x^3$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 8 Paso : 1																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.8333</td></tr> <tr><td>3</td><td>6.6666</td></tr> <tr><td>4</td><td>22.5</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	0	2	0.8333	3	6.6666	4	22.5	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>6</td><td>104.16</td></tr> <tr><td>7</td><td>180</td></tr> <tr><td>8</td><td>285.83</td></tr> <tr><td>9</td><td>426.66</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	6	104.16	7	180	8	285.83	9	426.66
x	f(x)																				
1	0																				
2	0.8333																				
3	6.6666																				
4	22.5																				
x	f(x)																				
6	104.16																				
7	180																				
8	285.83																				
9	426.66																				
0	7																				

d)
Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



e)
Si el volum del cuboctaedre es 100 cm^3 ,
 $V(x) = 100$.

$$\frac{5}{6}x^3 = 100. \quad x^3 = 120.$$

$$x = \sqrt[3]{120}.$$

$\sqrt[3]{120}$
4.932424149

Aleshores, l'aresta del cub és $x = \sqrt[3]{120} \approx 4.93 \text{ cm}$.

f)
Per representar la $f(x) = \frac{5}{6}x^3$, $x \in [-8, 8]$ utilitzarem el menú taula de la calculadora i la funció QR:

$f(x) = \frac{5}{6}x^3$	Rango tabla Inic.: -8 Final: 8 Paso : 1										
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-8</td><td>-426.6</td></tr> <tr><td>-7</td><td>-285.8</td></tr> <tr><td>-6</td><td>-180</td></tr> <tr><td>-5</td><td>-104.1</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	-8	-426.6	-7	-285.8	-6	-180	-5	-104.1	-8
x	f(x)										
-8	-426.6										
-7	-285.8										
-6	-180										
-5	-104.1										
	1/1										

