



Àrea d'un triangle.

Siga el triangle equilàter $\triangle ABC$ de costat $\overline{AB} = 10$ cm.

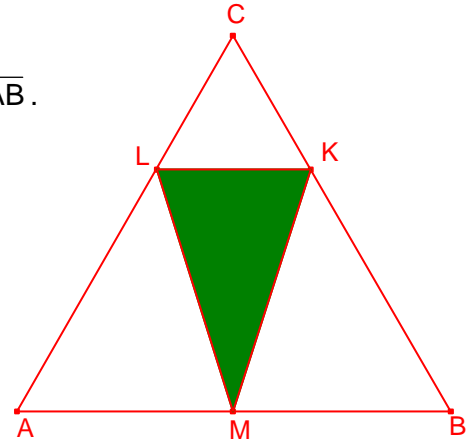
Siga M el punt mig del costat \overline{AB} .

Construïm el triangle $\triangle KLM$, amb el costat \overline{KL} paral·lel a \overline{AB} .

a) Si $\overline{KL} = 2$ cm, calculeu l'àrea del triangle $\triangle KLM$.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{KL}$	Àrea de $\triangle KLM$
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	
3	
3.5	
4	
5	
6	
7	
x	$S(x) =$



c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Si l'àrea del triangle $\triangle KLM$ és 10 cm^2 quin és el valor de x ?

e) Per a quin valor x l'àrea del triangle $\triangle KLM$ és màxima?.

f) Si l'àrea del triangle $\triangle KLM$ és major o igual que 5 cm^2 quins valors pot tenir x ?

Solució:

$$\overline{CL} = x.$$

$$\overline{AL} = 10 - x.$$

Siga P la projecció de L sobre el costat \overline{AB} .

$$\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AL} = \frac{10-x}{2}, \quad \overline{LP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AL} = \frac{(10-x)\sqrt{3}}{2}.$$

\overline{LP} és igual a l'altura del triangle $\triangle KLM$ sobre la base \overline{KL} .

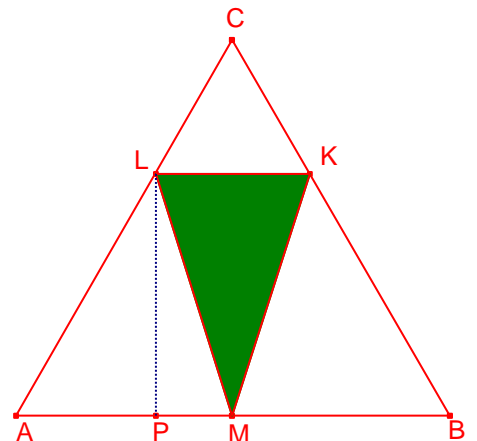
L'àrea del triangle $\triangle KLM$ és:

$$S(x) = \frac{1}{2}x \frac{(10-x)\sqrt{3}}{2}.$$

$$S(x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}x.$$

$$S(2) = 4\sqrt{3} \approx 6.93 \text{ cm}^2.$$

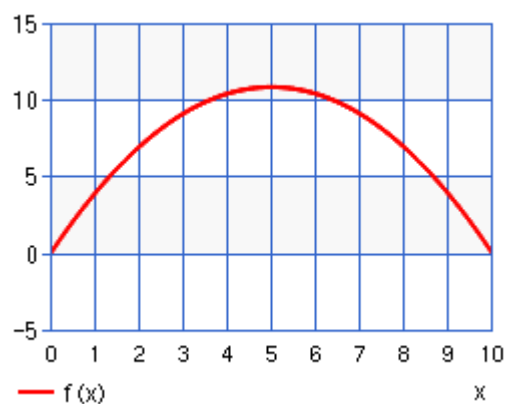
La funció és una paràbola convexa.



Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

$f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}x$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 10 Paso : 1																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>3.8971</td></tr> <tr><td>3</td><td>6.9282</td></tr> <tr><td>4</td><td>9.0932</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	0	2	3.8971	3	6.9282	4	9.0932	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>10.392</td></tr> <tr><td>6</td><td>10.825</td></tr> <tr><td>7</td><td>10.392</td></tr> <tr><td>8</td><td>9.0932</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	10.392	6	10.825	7	10.392	8	9.0932
x	f(x)																				
1	0																				
2	3.8971																				
3	6.9282																				
4	9.0932																				
x	f(x)																				
5	10.392																				
6	10.825																				
7	10.392																				
8	9.0932																				
0	7																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>6.9282</td></tr> <tr><td>10</td><td>3.8971</td></tr> <tr><td>11</td><td>0</td></tr> <tr><td>12</td><td></td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	6.9282	10	3.8971	11	0	12												
x	f(x)																				
9	6.9282																				
10	3.8971																				
11	0																				
12																					

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{2}x = 0$ amb ajuda de la calculadora:

ax^2+bx+c $- 0.433x^2+ 4.3301x$	
0	
$ax^2+bx+c=0$ $X_1 =$	$ax^2+bx+c=0$ $X_2 =$
10	0
$Máx de y=ax^2+bx+c$ $x =$	$Máx de y=ax^2+bx+c$ $y =$ $\frac{25\sqrt{3}}{4}$
5	
$Máx de y=ax^2+bx+c$ $y =$ 10.82531755	

Els punts de tall són $(0, 0)$, $(10, 0)$.

El vèrtex és $V\left(5, \frac{25\sqrt{3}}{4}\right)$.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = 5$ cm, $S(5) = \frac{25\sqrt{3}}{4} \approx 10.83$ cm².

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle KLM és 10 cm^2 , resoldrem l'equació:

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5}{2}\sqrt{3}x = 10.$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5}{2}\sqrt{3}x - 10 = 0.$$

ax^2+bx+c $- 0.433x^2+ 4.3301x - 10$	
- 10	
$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$ 6.380575689	$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$ 3.619424311

L'àrea del triangle KLM és 10 cm^2 quan:

$$x \approx 6.38 \text{ cm}, x \approx 3.62 \text{ cm}.$$

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle KLM és major o igual 5 cm^2 , resoldrem la inequació:

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5}{2}\sqrt{3}x \geq 5.$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5}{2}\sqrt{3}x - 5 \geq 0$$

1: $ax^2+bx+c > 0$ 2: $ax^2+bx+c < 0$ 3: $ax^2+bx+c \geq 0$ 4: $ax^2+bx+c \leq 0$	$ax^2+bx+c \geq 0$ $- 0.433x^2+ 4.3301x - 5 \geq 0$ -5
--	---

$$a \leq x \leq b$$

$$1.332167586 \leq x \leq 8.67$$

L'àrea del triangle KLM és major o igual 15 cm^2 quan:

$$x \in [1.33, 8.67].$$