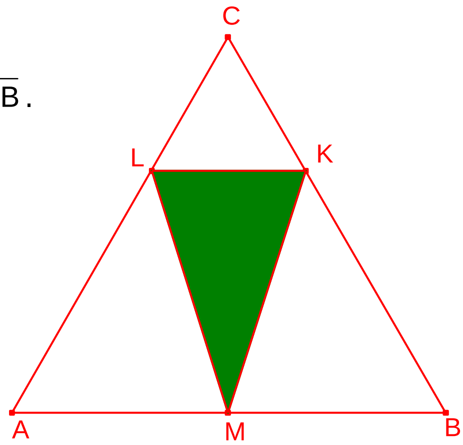
Àrea d'un triangle.

Siga el triangle equilàter $\overset{\Delta}{ABC}$ de costat $\overline{AB} = 10\text{ cm}$.

Siga M el punt mig del costat $\overline{AB}$.

Construïm el triangle $\overset{\Delta}{KLM}$, amb el costat $\overline{KL}$ paral·lel a $\overline{AB}$.



a) Si $\overline{KL} = 2\text{ cm}$, calculeu l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{KL}$	Àrea de $\overset{\Delta}{KLM}$
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	
3	
3.5	
4	
5	
6	
7	
x	$S(x) =$

c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Si l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és 10 cm^2 quin és el valor de x?.

e) Per a quin valor x l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és màxima?.

f) Si l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$és major o igual que 5 cm^2 quins valors pot tenir x?.

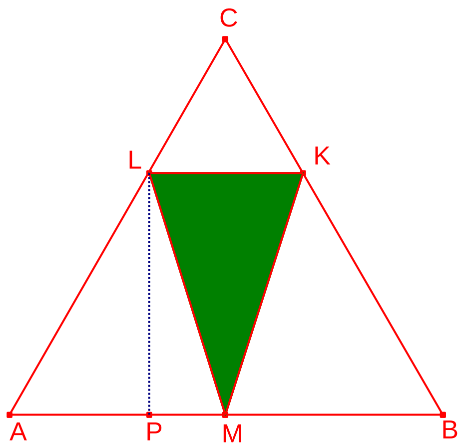
Solució:

$\overline{CL} = x$.

$\overline{AL} = 10 - x$.

Siga P la projecció de L sobre el costat $\overline{AB}$.

$\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AL} = \frac{10-x}{2}$, $\overline{LP} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AL} = \frac{(10-x)\sqrt{3}}{2}$.



$\overline{LP}$ és igual a l'altura del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ sobre la base $\overline{KL}$.

L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és:

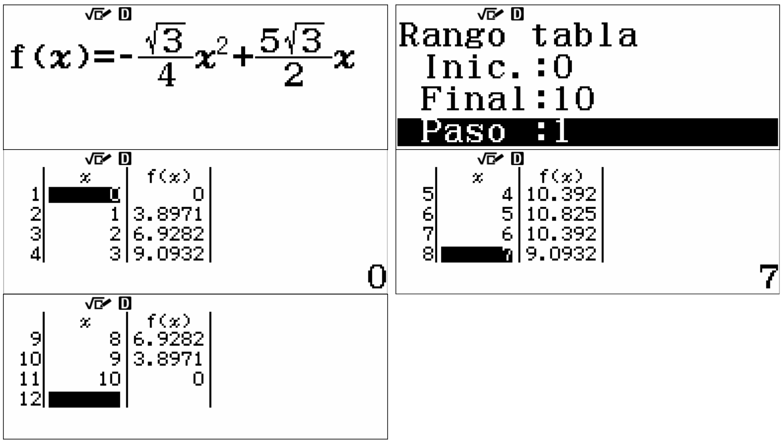
$S(x) = \frac{1}{2}x\frac{(10-x)\sqrt{3}}{2}$.

$S(x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{5}{2}\sqrt{3}x$.

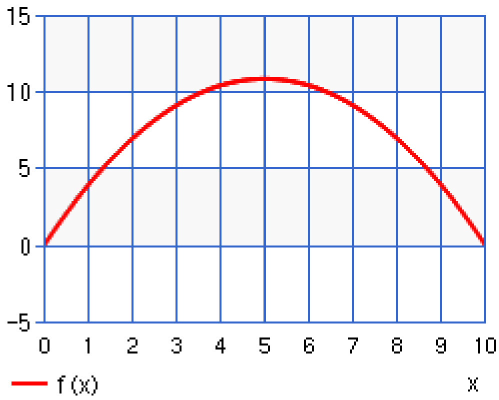
$S(2) = 4\sqrt{3} \approx 6.93\text{ cm}^2$.

La funció és una paràbola convexa.

Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

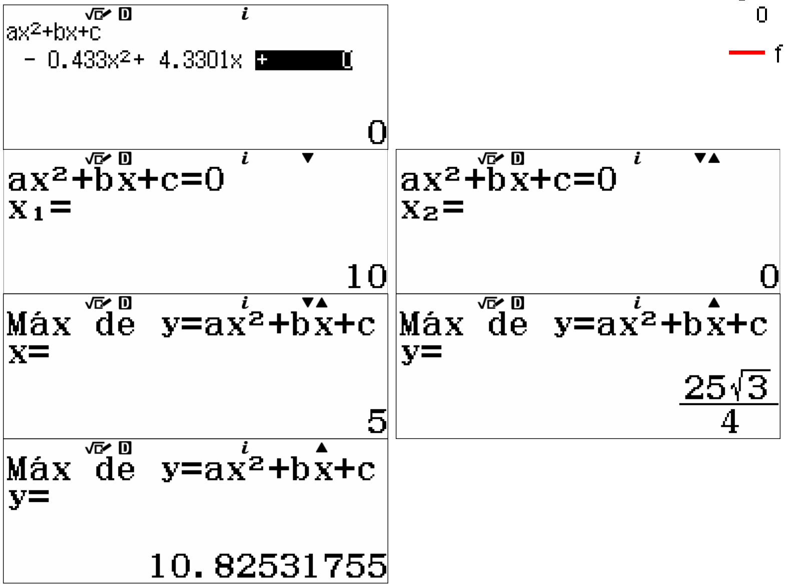


Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$-\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2+\dfrac{5}{2}\sqrt{3}x=0$ amb ajut de la calculadora:



Els punts de tall són $(0, 0)$, $(10, 0)$.

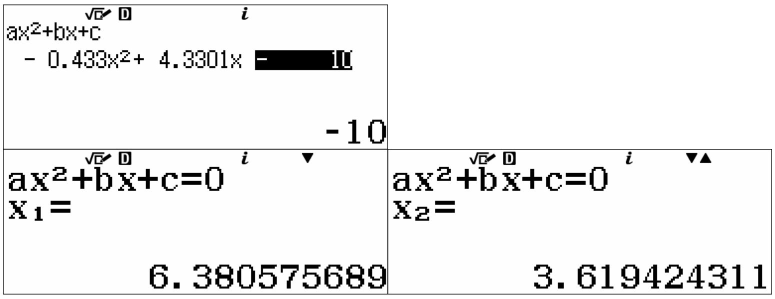
El vèrtex és $V\left(5, \dfrac{25\sqrt{3}}{4}\right)$.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = 5$ cm, $S(5) = \dfrac{25\sqrt{3}}{4} \approx 10.83\ \text{cm}^2$.

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és $10\ \text{cm}^2$, resoldrem l'equació:

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{5}{2}\sqrt{3}x=10.$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{5}{2}\sqrt{3}x-10=0.$$



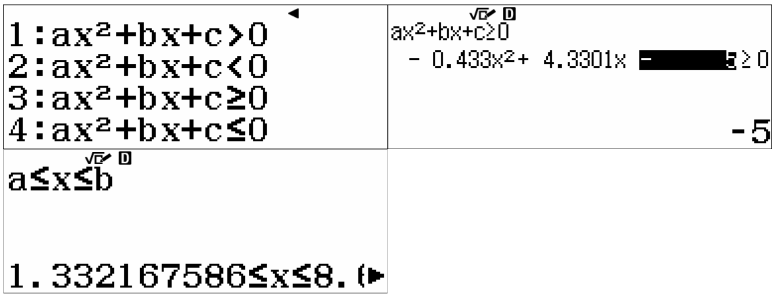
L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és $10\ \text{cm}^2$ quan:

$x\approx 6.38\ \text{cm}$, $x\approx 3.62\ \text{cm}$.

Per calcular el valor x tal que l'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és major o igual $5\ \text{cm}^2$, resoldrem la inequació:

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{5}{2}\sqrt{3}x\geq 5.$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{5}{2}\sqrt{3}x-5\geq 0$$



L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{KLM}$ és major o igual $15\ \text{cm}^2$ quan:

$x\in[1.33,\ 8.67]$.