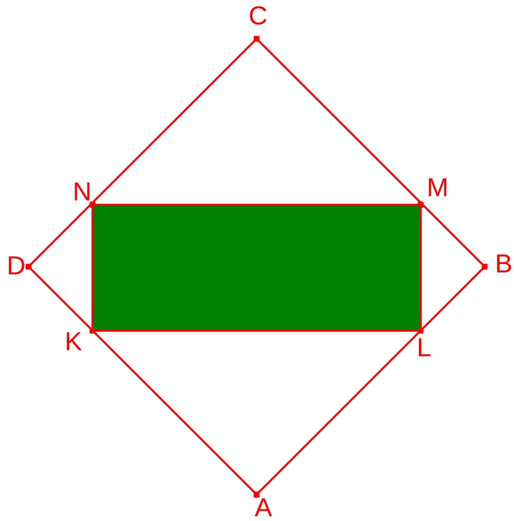
Àrea d’un rectangle.

Donat el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = 10$ cm,
construïm el rectangle KLMN.



a) Si $\overline{KL} = 2$ cm, calculeu l’àrea del rectangle KLMN.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{KL}$	Àrea KLMN
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
x	$S(x) =$

c) Determineu el domini de la funció.

d) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

e) Si l’àrea del rectangle KLMN és $25\ \text{cm}^2$, quin és el valor de x?.

f) Per a quin valor x l’àrea del rectangle KLMN és màxima?.

g) Si l’àrea del rectangle KLMN és major o igual que $25\ \text{cm}^2$ quins valors pot tenir x?.

Solució:

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{DAB}$:

$\overline{BD} = 10\sqrt{2}$.

Siga $\overline{KL} = x$, $\overline{KN}$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{AKL}$:

$$\overline{AK} = \frac{\sqrt{2}}{2}x.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle isòsceles $\overset{\Delta}{DKN}$:

$$\overline{DK} = \frac{\sqrt{2}}{2}y.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y = 10.$$

$$y = 10\sqrt{2} - x.$$

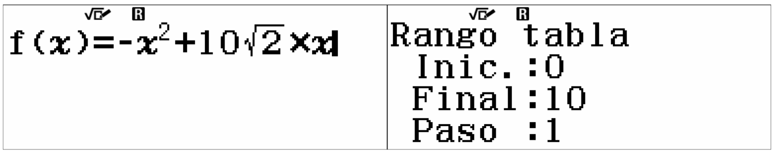
L’àrea del rectangle KLMN és:

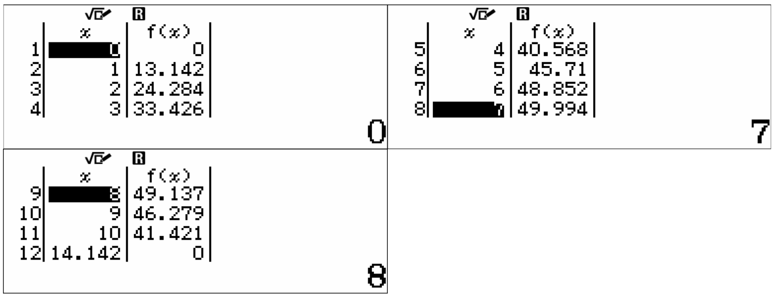
$$S(x) = x\left(10\sqrt{2} - x\right).$$

$$S(x) = -x^2 + 10\sqrt{2}x,\ \ x \in \left[0, 10\sqrt{2}\right].$$

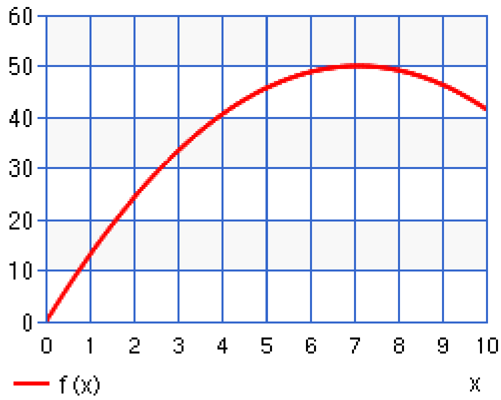
$$S(2) = 20\sqrt{2} - 4 \approx 24.28\ \text{cm}^2.$$

La funció és una paràbola convexa.
Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

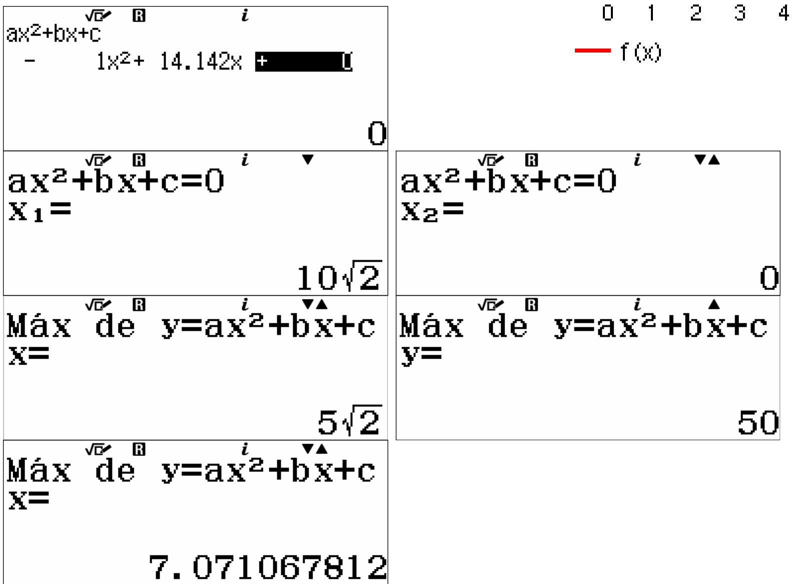




Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació $-x^2+10\sqrt{2}x=0$ amb ajut de la calculadora:



Els punts de tall són $(0,0)$, $\left(10\sqrt{2},0\right)$.

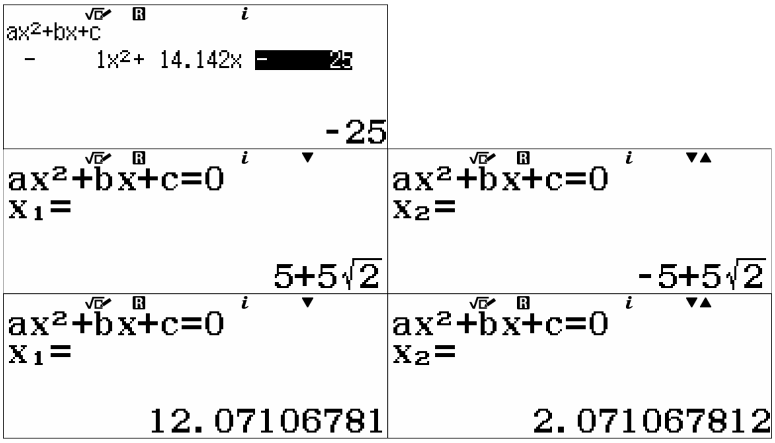
El vèrtex és $V\left(5\sqrt{2},50\right)$.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x=5\sqrt{2}$, $S\left(5\sqrt{2}\right)=50\ \text{cm}^2$.

Per calcular el valor x tal que l’àrea del rectangle KLMN és $25\ \text{cm}^2$, resoldrem l’equació:

$-x^2 + 10\sqrt{2}x = 25$.

$-x^2 + 10\sqrt{2}x - 25 = 0$.



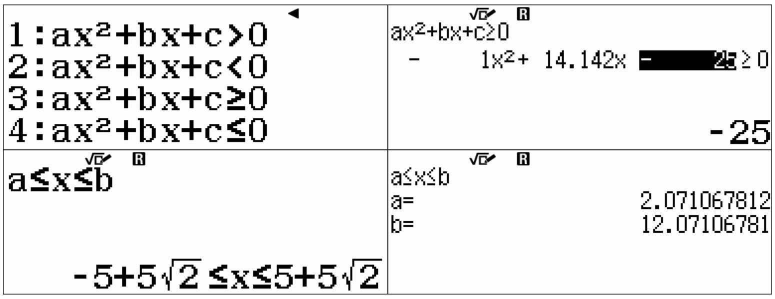
L’ àrea del rectangle KLMN és $25\ \text{cm}^2$ quan:

$x = 5 + 5\sqrt{2} \approx 12.07$ cm, $x = -5 + 5\sqrt{2} \approx 2.07$ cm.

Per calcular el valor x tal que l’àrea del rectangle KLMN és major o igual $25\ \text{cm}^2$, resoldrem la inequació:

$-x^2 + 10\sqrt{2}x \geq 25$.

$-x^2 + 10\sqrt{2}x - 25 \geq 0$.



L’àrea del rectangle KLMN és major o igual $25\ \text{cm}^2$ quan:

$x \in \left[-5 + 5\sqrt{2}, 5 + 5\sqrt{2}\right]$.