

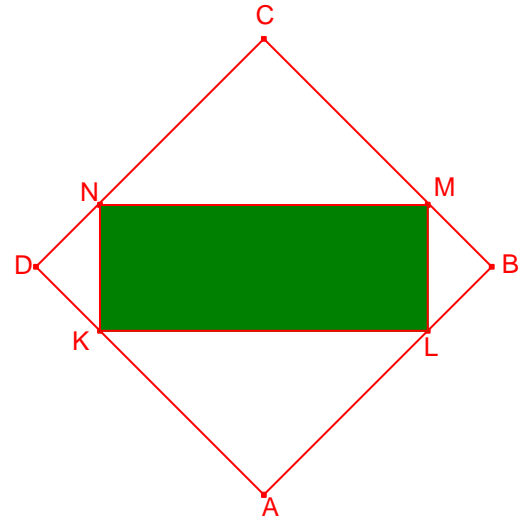


## Àrea d'un rectangle.

Donat el quadrat ABCD de costat  $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ , construïm el rectangle KLMN.

- a) Si  $\overline{KL} = 2 \text{ cm}$ , calculeu l'àrea del rectangle KLMN.  
 b) Ompliu la següent taula:

| $x = \overline{KL}$ | Àrea KLMN |
|---------------------|-----------|
| 1                   |           |
| 2                   |           |
| 3                   |           |
| 4                   |           |
| 5                   |           |
| 6                   |           |
| 7                   |           |
| 8                   |           |
| 9                   |           |
| 10                  |           |
| 11                  |           |
| $x$                 | $S(x) =$  |



- c) Determineu el domini de la funció.  
 d) Dibuixeu la funció  $S(x)$ . Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.  
 e) Si l'àrea del rectangle KLMN és  $25 \text{ cm}^2$ , quin és el valor de  $x$ ?  
 f) Per a quin valor  $x$  l'àrea del rectangle KLMN és màxima?  
 g) Si l'àrea del rectangle KLMN és major o igual que  $25 \text{ cm}^2$  quins valors pot tenir  $x$ ?

Solució:

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle  $\triangle DAB$ :

$$\overline{BD} = 10\sqrt{2}.$$

Siga  $\overline{KL} = x$ ,  $\overline{KN}$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle isòsceles  $\triangle AKL$ :

$$\overline{AK} = \frac{\sqrt{2}}{2}x.$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle isòsceles  $\triangle DKN$ :

$$\overline{DK} = \frac{\sqrt{2}}{2}y.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y = 10.$$

$$y = 10\sqrt{2} - x.$$

L'àrea del rectangle KLMN és:

$$S(x) = x(10\sqrt{2} - x).$$

$$S(x) = -x^2 + 10\sqrt{2}x, \quad x \in [0, 10\sqrt{2}].$$

$$S(2) = 20\sqrt{2} - 4 \approx 24.28 \text{ cm}^2.$$

La funció és una paràbola convexa.

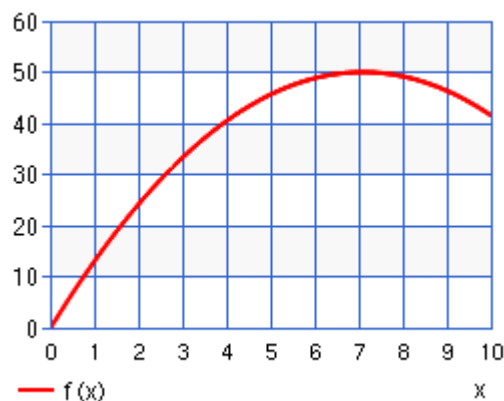
Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| $f(x) = -x^2 + 10\sqrt{2}x$ | Rango tabla<br>Inic.: 0<br>Final: 10<br>Paso: 1 |
|-----------------------------|---|

| <table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>13.142</td></tr> <tr><td>3</td><td>24.284</td></tr> <tr><td>4</td><td>33.426</td></tr> </table> | x      | f(x) | 1 | 0 | 2 | 13.142 | 3 | 24.284 | 4 | 33.426 | <table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>5</td><td>40.568</td></tr> <tr><td>6</td><td>45.71</td></tr> <tr><td>7</td><td>48.852</td></tr> <tr><td>8</td><td>49.994</td></tr> </table> | x | f(x) | 5 | 40.568 | 6 | 45.71 | 7 | 48.852 | 8 | 49.994 |
|---|--------|------|---|---|---|--------|---|--------|---|--------|---|---|------|---|--------|---|-------|---|--------|---|--------|
| x   | f(x)   |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 1   | 0      |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 2   | 13.142 |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 3   | 24.284 |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 4   | 33.426 |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| x   | f(x)   |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 5   | 40.568 |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 6   | 45.71  |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 7   | 48.852 |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |
| 8   | 49.994 |      |   |   |   |        |   |        |   |        |   |   |      |   |        |   |       |   |        |   |        |

| <table border="1"> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> <tr><td>9</td><td>49.137</td></tr> <tr><td>10</td><td>46.279</td></tr> <tr><td>11</td><td>41.421</td></tr> <tr><td>12</td><td>34.563</td></tr> </table> | x      | f(x) | 9 | 49.137 | 10 | 46.279 | 11 | 41.421 | 12 | 34.563 | 8 |
|---|--------|------|---|--------|----|--------|----|--------|----|--------|---|
| x   | f(x)   |      |   |        |    |        |    |        |    |        |   |
| 9   | 49.137 |      |   |        |    |        |    |        |    |        |   |
| 10  | 46.279 |      |   |        |    |        |    |        |    |        |   |
| 11  | 41.421 |      |   |        |    |        |    |        |    |        |   |
| 12  | 34.563 |      |   |        |    |        |    |        |    |        |   |

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resolrem l'equació

$-x^2 + 10\sqrt{2}x = 0$  amb ajut de la calculadora:

|                  |     |
|------------------|-----|
| $ax^2+bx+c$      | $i$ |
| $-x^2 + 14.142x$ |     |

|               |              |
|---------------|--------------|
| $ax^2+bx+c=0$ | $i$          |
| $x_1 =$       |              |
|               | $10\sqrt{2}$ |

|               |     |
|---------------|-----|
| $ax^2+bx+c=0$ | $i$ |
| $x_2 =$       |     |
|               | 0   |

|                      |             |
|----------------------|-------------|
| Máx de $y=ax^2+bx+c$ | $i$         |
| $x =$                |             |
|                      | $5\sqrt{2}$ |

|                      |     |
|----------------------|-----|
| Máx de $y=ax^2+bx+c$ | $i$ |
| $y =$                |     |
|                      | 50  |

|                      |             |
|----------------------|-------------|
| Máx de $y=ax^2+bx+c$ | $i$         |
| $x =$                |             |
|                      | 7.071067812 |

Els punts de tall són  $(0, 0)$ ,  $(10\sqrt{2}, 0)$ .

El vèrtex és  $V(5\sqrt{2}, 50)$ .

L'àrea màxima s'assoleix quan  $x = 5\sqrt{2}$ ,  $S(5\sqrt{2}) = 50 \text{ cm}^2$ .

Per calcular el valor  $x$  tal que l'àrea del rectangle KLMN és  $25 \text{ cm}^2$ , resoldrem l'equació:

$$-x^2 + 10\sqrt{2}x = 25.$$

$$-x^2 + 10\sqrt{2}x - 25 = 0.$$

|  |   |
|--|---|
| $ax^2+bx+c$<br>$-x^2+ 14.142x - 25$<br>$-25$ |   |
| $ax^2+bx+c=0$<br>$x_1=$<br>$5+5\sqrt{2}$     | $ax^2+bx+c=0$<br>$x_2=$<br>$-5+5\sqrt{2}$ |
| $ax^2+bx+c=0$<br>$x_1=$<br>$12.07106781$     | $ax^2+bx+c=0$<br>$x_2=$<br>$2.071067812$  |

L'àrea del rectangle KLMN és  $25 \text{ cm}^2$  quan:

$$x = 5 + 5\sqrt{2} \approx 12.07 \text{ cm}, \quad x = -5 + 5\sqrt{2} \approx 2.07 \text{ cm}.$$

Per calcular el valor  $x$  tal que l'àrea del rectangle KLMN és major o igual  $25 \text{ cm}^2$ , resoldrem la inequació:

$$-x^2 + 10\sqrt{2}x \geq 25.$$

$$-x^2 + 10\sqrt{2}x - 25 \geq 0.$$

|  |  |
|--|--|
| $1: ax^2+bx+c > 0$<br>$2: ax^2+bx+c < 0$<br>$3: ax^2+bx+c \geq 0$<br>$4: ax^2+bx+c \leq 0$ | $ax^2+bx+c \geq 0$<br>$-x^2+ 14.142x - 25 \geq 0$<br>$-25$ |
| $a \leq x \leq b$<br>$-5+5\sqrt{2} \leq x \leq 5+5\sqrt{2}$                                | $a \leq x \leq b$<br>$a= 2.071067812$<br>$b= 12.07106781$  |

L'àrea del rectangle KLMN és major o igual  $25 \text{ cm}^2$  quan:

$$x \in [-5 + 5\sqrt{2}, 5 + 5\sqrt{2}].$$