



Suma àrees de dos quadrants.

Siga el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = 10$ cm .

Siga P un punt del costat \overline{AB} tal que $\overline{AP} = x$.

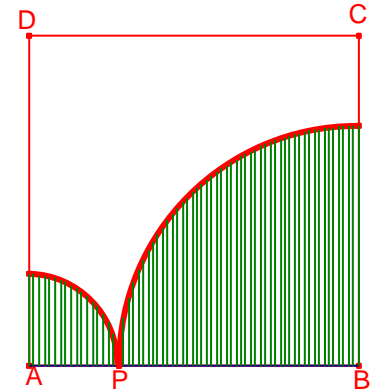
Siga el quadrants de circumferència de centre A i radi \overline{AP} interior al quadrat.

Siga el quadrants de circumferència de centre B i radi \overline{BP} interior al quadrat.

a) Si $x = 2$ calculeu la suma de les àrees dels dos quadrants.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{AP}$	Suma àrees
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
10	
x	$S(x) =$



c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Per a quin valor de x s'assoleix la mínima àrea?. Quina és l'àrea mínima?.

e) Si la suma de les àrees és 40 cm^2 , quin és el valor de x?.

Solució:

$$\overline{BP} = 10 - x$$

La suma de les àrees dels dos quadrants és:

$$S(x) = \frac{1}{4} \pi x^2 + \frac{1}{4} \pi (10 - x)^2 .$$

$$S(x) = \frac{1}{2} \pi x^2 - 5\pi x + 25\pi , \quad x \in [0, 10] .$$

$$S(2) = 17\pi \approx 53.41 \text{ cm}^2$$

La funció és una paràbola còncaua.

Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

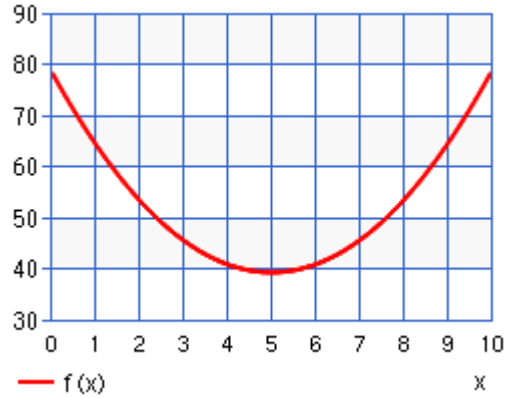
$f(x) = \frac{\pi}{2}x^2 - 5\pi x + 25\pi$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 10 Paso : 1																				
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>78.539</td></tr> <tr><td>2</td><td>64.402</td></tr> <tr><td>3</td><td>53.407</td></tr> <tr><td>4</td><td>45.553</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	78.539	2	64.402	3	53.407	4	45.553	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>40.84</td></tr> <tr><td>6</td><td>39.269</td></tr> <tr><td>7</td><td>40.84</td></tr> <tr><td>8</td><td>45.553</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	40.84	6	39.269	7	40.84	8	45.553
x	f(x)																				
1	78.539																				
2	64.402																				
3	53.407																				
4	45.553																				
x	f(x)																				
5	40.84																				
6	39.269																				
7	40.84																				
8	45.553																				

0

7

x	f(x)
9	53.407
10	64.402
11	78.539
12	

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$\frac{1}{2}\pi x^2 - 5\pi x + 25\pi = 0$ amb ajut de la calculadora:

ax^2+bx+c $1.5707x^2 - 15.707x + 78.539$	
78.53981634	
$ax^2+bx+c=0$ $x_1 =$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2 =$
5+5i	5-5i
$\text{Mín de } y=ax^2+bx+c$ $x =$	$\text{Mín de } y=ax^2+bx+c$ $y =$
5	$\frac{25}{2}\pi$
$\text{Mín de } y=ax^2+bx+c$ $y =$	
39.26990817	

La funció no té punts de tall amb l'eix d'abscisses.

El vèrtex és $V\left(5, \frac{25}{2}\pi\right)$.

L'àrea mínima s'assoleix quan $x = 5$ cm, $S(5) = \frac{25\pi}{2} = 39.27$ cm².

Per calcular el valor x tal que la suma de les àrees és 40 cm², resoldrem l'equació:

$$\frac{1}{2}\pi x^2 - 5\pi x + 25\pi = 40 \quad \frac{1}{2}\pi x^2 - 5\pi x + 25\pi - 40 = 0$$

ax^2+bx+c $1.5707x^2 - 15.707x + 38.539$	
38.53981634	
$ax^2+bx+c=0$ $x_1 =$	$ax^2+bx+c=0$ $x_2 =$
5.681755744	4.318244256

La suma de les àrees és 40 cm² quan:

$x \approx 5.68$ cm, $x = 4.32$ cm.