



Àrea d'un rectangle.

Considerem l'hexàgon regular $ABCDEF$ de costat $\overline{AB} = 10$ cm.

Construïm el rectangle $KLMN$.

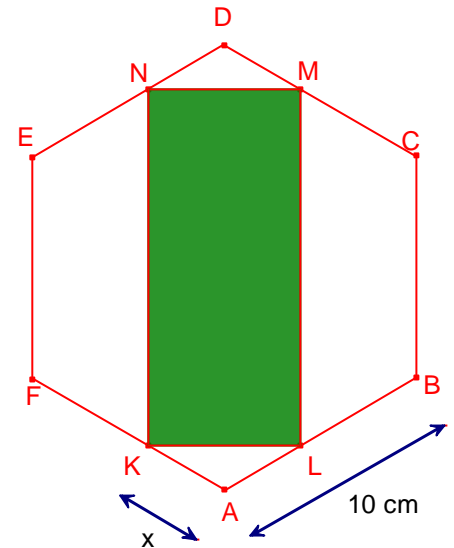
Siga K un punt del costat \overline{AF} .

Siga $\overline{AK} = \overline{AL} = x$

a) Si $\overline{KL} = 2$ cm, calculeu l'àrea del rectangle $KLMN$.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{KL}$	Àrea $KLMN$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
x	$S(x) =$



c) Determineu el domini de la funció.

d) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

e) Si l'àrea del rectangle $KLMN$ és 100 cm², quin és el valor de x ?

f) Per a quin valor x l'àrea del rectangle $KLMN$ és màxima?.

g) Per a quin valor de x $KLMN$ és un quadrat.

Solució:

a) b)

La diagonal $\overline{AD} = 2 \cdot \overline{AB} = 20$.

Siga P la intersecció del costat \overline{KL} i la diagonal \overline{AD} .

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle APL$:

$$\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AK} = \frac{x}{2}, \quad \overline{KP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \overline{AK} = \frac{x}{2} \sqrt{3}.$$

Aleshores, $\overline{KL} = 2 \cdot \overline{AP} = x\sqrt{3}$.

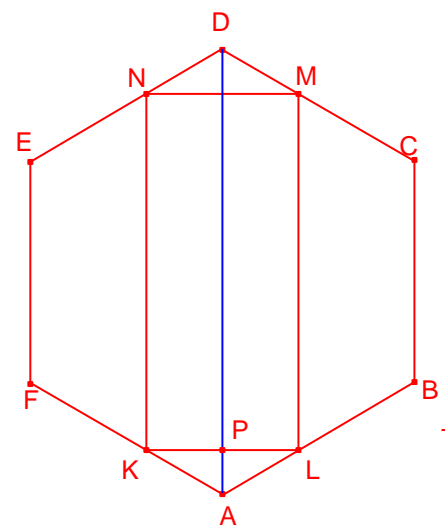
$$\overline{KN} = \overline{AD} - 2 \cdot \overline{AP} = 20 - x.$$

L'àrea del rectangle $KLMN$ és:

$$S(x) = x\sqrt{3}(20 - x).$$

$$S(x) = -\sqrt{3}x^2 + 20\sqrt{3}x, \quad x \in [0, 10].$$

$$S(2) = 36\sqrt{3} \approx 62.35 \text{ cm}^2.$$



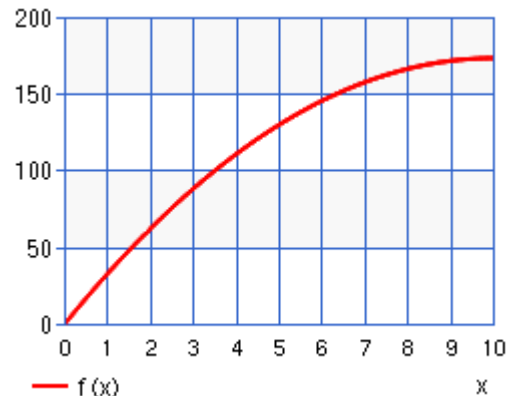
c) d)

La funció és una paràbola convexa.

Per construir la taula utilitzarem el menú TAULA de la calculadora:

$f(x) = -\sqrt{3}x^2 + 20\sqrt{3}x$		Rangó tabla Inic.: 0 Final: 10 Paso: 1																					
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>32.908</td></tr> <tr><td>3</td><td>62.353</td></tr> <tr><td>4</td><td>88.334</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	0	2	32.908	3	62.353	4	88.334		<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>110.85</td></tr> <tr><td>6</td><td>129.9</td></tr> <tr><td>7</td><td>145.49</td></tr> <tr><td>8</td><td>157.61</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	110.85	6	129.9	7	145.49	8	157.61	
x	f(x)																						
1	0																						
2	32.908																						
3	62.353																						
4	88.334																						
x	f(x)																						
5	110.85																						
6	129.9																						
7	145.49																						
8	157.61																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>9</td><td>166.27</td></tr> <tr><td>10</td><td>171.47</td></tr> <tr><td>11</td><td>173.2</td></tr> <tr><td>12</td><td></td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	9	166.27	10	171.47	11	173.2	12														
x	f(x)																						
9	166.27																						
10	171.47																						
11	173.2																						
12																							

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$-\sqrt{3}x^2 + 20\sqrt{3}x = 0$ amb ajut de la calculadora:

ax^2+bx+c $-1.732x^2+ 34.641x +$			
$ax^2+bx+c=0$ $x_1 =$		$ax^2+bx+c=0$ $x_2 =$	
$Máx de y=ax^2+bx+c$ $x =$		$Máx de y=ax^2+bx+c$ $y =$	
10		173.2050808	

Els punts de tall són $x = 0$, $x = 20$ el segon valor no pertany a domini.

El vèrtex és el punt $V(10, 173.21)$. Aquest valor pertany al domini.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = 10$, $S(10) = 173.21 \text{ cm}^2$.

e) f)

Per calcular el valor x tal que l'àrea del rectangle KLMN és 100 cm^2 , resoldrem l'equació:

$$-\sqrt{3}x^2 + 20\sqrt{3}x = 100.$$

$$-\sqrt{3}x^2 + 20\sqrt{3}x - 100 = 0.$$

ax^2+bx+c $- 1.732x^2+ 34.641x - 100$
-100

$ax^2+bx+c=0$ $x_1=$
16.50115167

$ax^2+bx+c=0$ $x_2=$
3.498848327

El primer valor no pertany al domini.

L' àrea del rectangle KLMN és 100 cm² quan:

$$x \approx 3.50 \text{ cm.}$$

g)

KLMN és un quadrat quan $\overline{KL} = \overline{KN}$:

Aleshores, $\overline{KL} = 2 \cdot \overline{AP} = x\sqrt{3}$.

$$\overline{KN} = \overline{AD} - 2 \cdot \overline{AP} = 20 - x.$$

$$x\sqrt{3} = 20 - x.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora:

$x\sqrt{3}=20-x$

$x\sqrt{3}=20-x$
$x= 7.320508076$
$L-R= 0$

KLMN és un quadrat quan $x \approx 7.32 \text{ cm.}$