



Àrea d'un pentàgon.

Siga el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = 20$ cm.

Siga E el punt mig del costat \overline{AB} .

Siga J un punt del segment \overline{AE} .

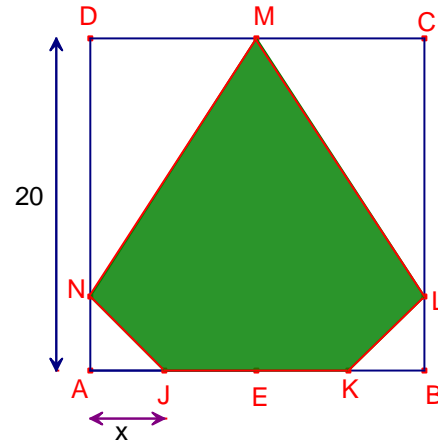
Siga $\overline{AJ} = \overline{AN} = \overline{BK} = \overline{BL} = x$.

Construïm el pentàgon JKLMN.

a) Si $x = 1$ cm, calculeu l'àrea $S(1)$ del pentàgon.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{AJ}$	Àrea JKLMN
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
x	$S(x) =$



c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Per a quin valor de x l'àrea del pentàgon és màxima?.

e) Si l'àrea del pentàgon és 220 cm^2 , quin és el valor de x ?

Solució:

a) b) $\overline{AJ} = \overline{BK} = x$.

$\overline{JK} = 20 - 2x$. $\overline{CL} = \overline{DN}$.

L'àrea del pentàgon és:

$$S_{JKLMN} = S_{ABCD} - 2 \cdot S_{AJN} - 2 \cdot S_{NDM}$$

$$S_{JKLMN} = 20^2 - x^2 - 10 \cdot (20 - x)$$

$$S(x) = -x^2 + 10x + 200, \quad x \in [0, 10].$$

La funció és una paràbola convexa.

Per construir la taula utilitzarem el menú **TAULA** de la calculadora:

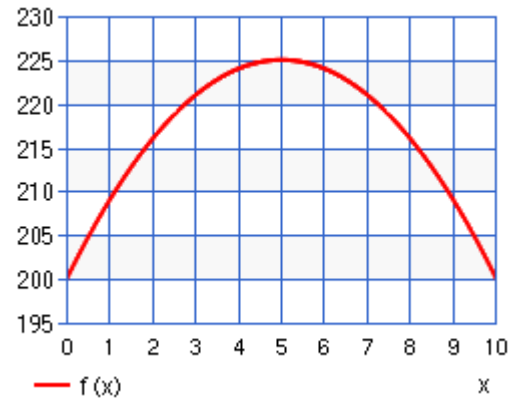
$f(x) = -x^2 + 10x + 200$	Rango tabla Inic.: 0 Final: 10 Paso: 1																				
<table border="1" style="font-size: small;"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>200</td></tr> <tr><td>2</td><td>209</td></tr> <tr><td>3</td><td>216</td></tr> <tr><td>4</td><td>221</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	1	200	2	209	3	216	4	221	<table border="1" style="font-size: small;"> <thead> <tr><th>x</th><th>f(x)</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>224</td></tr> <tr><td>6</td><td>225</td></tr> <tr><td>7</td><td>224</td></tr> <tr><td>8</td><td>221</td></tr> </tbody> </table>	x	f(x)	5	224	6	225	7	224	8	221
x	f(x)																				
1	200																				
2	209																				
3	216																				
4	221																				
x	f(x)																				
5	224																				
6	225																				
7	224																				
8	221																				

x	$f(x)$
9	216
10	209
11	200
12	

$$S(1) = 209 \text{ cm}^2.$$

c) d)

Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació

$$-x^2 + 10x + 200 = 0, \text{ amb ajut de la calculadora:}$$

No té punts de tall en el domini de la funció.

El vèrtex és el punt $V(5, 225)$. Aquest valor pertany al domini.

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = 5$, $S(5) = 225 \text{ cm}^2$.

e)

Per calcular el valor x tal que l'àrea del pentàgon JKLMN és 220 cm^2 , resoldrem l'equació:

$$-x^2 + 10x + 200 = 220.$$

$$-x^2 + 10x - 20 = 0.$$

ax^2+bx+c $- 1x^2+ 10x - 20$ -20	
$ax^2+bx+c=0$ $X_1=$ $5+\sqrt{5}$	$ax^2+bx+c=0$ $X_2=$ $5-\sqrt{5}$
$ax^2+bx+c=0$ $X_1=$ 7.236067977	$ax^2+bx+c=0$ $X_2=$ 2.763932023

L'àrea del rectangle KLMN és 220 cm^2 quan:

$$x = 5 + \sqrt{5} \approx 7.24 \text{ cm}, \quad x = 5 - \sqrt{5} \approx 2.76 \text{ cm}.$$