



Àrea d'un rectangle.

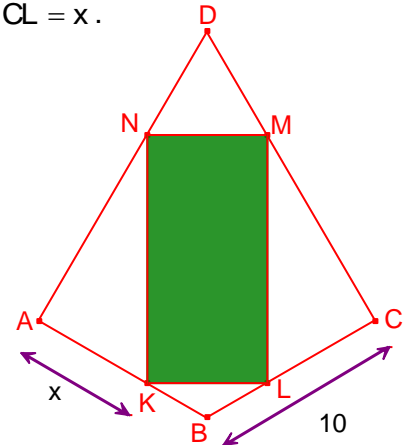
En la figura ABCD és un cometa tal que $A = C = 90^\circ$, $B = 120^\circ$, $D = 60^\circ$,
 $\overline{AB} = \overline{AD} = 10$.

Siguen K un punt del costat \overline{AB} , L un punt de \overline{BC} tals que $\overline{AK} = \overline{CL} = x$.
 Construïm el rectangle KLMN inscrit en el cometa ABCD.

a) Si $x = 1$ cm, calculeu l'àrea $S(1)$ del rectangle KLMN.

b) Ompliu la següent taula:

$x = \overline{AK}$	Àrea KLMN
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
x	$S(x) =$



c) Dibuixeu la funció $S(x)$. Quin tipus de funció és?. Escriu les seues característiques.

d) Per a quin valor de x l'àrea del rectangle és màxima?.

e) Si l'àrea del rectangle és 50 cm^2 , calculeu el valor de x .

f) Per a quin valor de x el rectangle KLMN és un quadrat?.

Solució:

a) b)

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle ABD$:
 $\overline{BD} = 20$, $\overline{AD} = 10\sqrt{3}$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle AKN$:
 $\overline{KN} = 2x$, $\overline{AN} = x\sqrt{3}$.

$\overline{DN} = (10 - x)\sqrt{3}$.

Aleshores, $\overline{MN} = (10 - x)\sqrt{3}$.

L'àrea del rectangle KLMN és:

$$S(x) = 2\sqrt{3}(-x^2 + 10x).$$

La funció és una paràbola convexa.

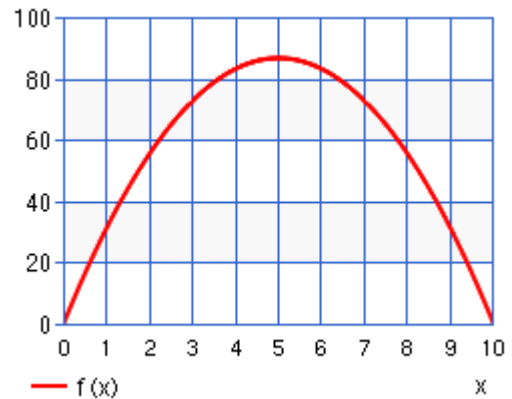
Per construir la taula utilitzarem el menú *TAULA* de la calculadora:

$f(x) = 2\sqrt{3}(-x^2 + 10x)$	Rango taula
	Inic.: 0
	Final: 10
	Paso: 1

x	f(x)
1	0
2	31.176
3	55.425
4	72.746

x	f(x)
5	83.138
6	86.602
7	83.138
8	72.746

x	f(x)
9	55.425
10	31.176
11	0



Per representar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



c)

Per calcular els punts de tall i el vèrtex de la paràbola resoldrem l'equació $2\sqrt{3}(-x^2 + 10x) = 0$.

$$-x^2 + 10x = 0.$$

Els punts de tall són $x = 0$, $x = 10$. Els dos punts són del domini.

El vèrtex és el punt $V(5, 50\sqrt{3})$. Aquest valor pertany al domini.

d)

L'àrea màxima s'assoleix quan $x = 5$, $S(5) = 86.60 \text{ cm}^2$.

e)

Per calcular el valor x tal que l'àrea del rectangle KLMN és 50 cm^2 , resoldrem l'equació:

$$2\sqrt{3}(-x^2 + 10x) = 50.$$

$$-2\sqrt{3}x^2 + 20\sqrt{3}x - 50 = 0.$$

Utilitzarem la calculadora per resoldre l'equació:

ax^2+bx+c $-3.4641x^2+ 34.641x - 50$
-50

$ax^2+bx+c=0$ $x_1 =$
8. 250575837

$ax^2+bx+c=0$ $x_2 =$
1. 749424163

L'àrea del rectangle KLMN és 50 cm^2 quan:

$$x \approx 8.25 \text{ cm}, x \approx 1.75 \text{ cm}$$

f)

KLMN és un quadrat quan $\overline{KL} = \overline{KN}$:

$$\text{Aleshores, } 2x = (10 - x)\sqrt{3}.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora:

$2x = (10 - x)\sqrt{3}$

$$2x = (10 - x) \times \sqrt{3}$$

$$x = 4.641016151$$

$$\text{L-R} = 0$$

KLMN és un quadrat quan $x \approx 4.64$ cm.