



Funció tangent.

Donat el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = 12$, considerem els punts M i N dels costats \overline{BC} i \overline{CD} , respectivament, tal que $\overline{BM} = \overline{DN}$.

Els segments \overline{AM} , \overline{AN} tallen la diagonal \overline{BD} en els punts P, Q, respectivament.

Siga $\alpha = \angle MAN$.

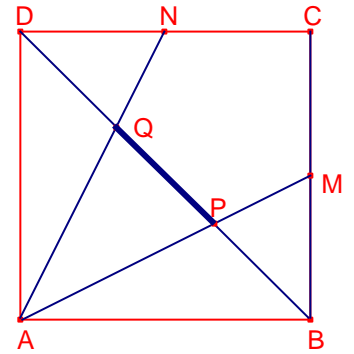
Determineu la mesura del segment \overline{PQ} en funció de l'angle $\alpha = \angle MAN$.

Siga la funció $f(\alpha) = \overline{PQ}$. Dibuixeu-la.

Calculeu la mesura del segment \overline{PQ} quan $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Calculeu l'angle $\alpha = \angle MAN$ a fi que P i Q divideixen la diagonal en tres parts iguals.

Calculeu l'angle $\alpha = \angle MAN$ a fi que \overline{PQ} siga igual a $\frac{1}{4}$ de la diagonal.



Solució:

Siga O el centre del quadrat ABCD.

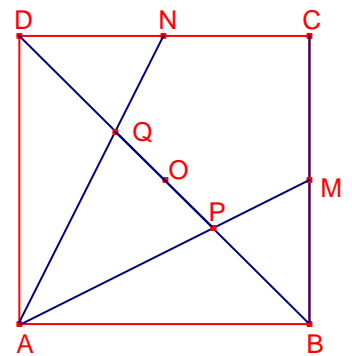
$$\angle OAP = \frac{\alpha}{2}. \quad \overline{AO} = \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{2} = 6\sqrt{3}.$$

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\triangle AOP$

$$\overline{OP} = \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad \overline{PQ} = 2 \cdot \overline{OP} = 12\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$f(\alpha) = 12\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

Calculem una taula de la funció amb el menú TAULA de la calculadora:



$$f(x) = \sqrt{2} \cdot x \cdot \tan\left(\frac{x}{2}\right)$$

Rango tabla
Inic.: 0
Final: 1.5707
Paso: $\pi \div 20$

x	f(x)
1	0
2	0.157
3	0.3141
4	0.4712

x	f(x)
5	0.6283
6	0.7853
7	0.9424
8	1.0995

0

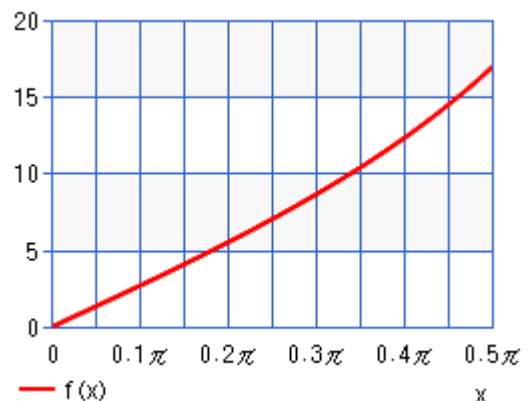
1.099557429

x	f(x)
9	1.2566
10	1.4137
11	1.5707
12	16.97

Per dibuixar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



1/1



Amb la TAULA de la funció calculem $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

x	$f(x)$
10	1.4137
11	1.5707
12	1.0471
13	9.7979

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx 9.798.$$

Calculem l'angle $\alpha = \angle MAN$ a fi que P i Q divideixen la diagonal en tres parts iguals, és a dir, $f(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{3}$.

$$12\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{3}.$$

Per resoldre l'equació utilitzarem la funció SOLVE de la calculadora:

$12\sqrt{2} \times \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{12\sqrt{2}}{3}$	$12\sqrt{2} \times \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{12\sqrt{2}}{3}$
	$x = 0.6435011088$
	$L-R = 0$

$$x = 0.6435011088 \text{ rad.}$$

Amb mesures sexagesimals:

$\text{Ans} \times \frac{180}{\pi}$
$36^\circ 52' 11.63''$

$$\alpha = \angle MAN \approx 36^\circ 52' 12''.$$

Calculem l'angle $\alpha = \angle MAN$ a fi que \overline{PQ} siga igual a $\frac{1}{4}$ de la diagonal, és a dir,

$$f(\alpha) = \frac{\overline{PQ}}{4}$$

$$12\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{4}.$$

$12\sqrt{2} \times \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{12\sqrt{2}}{4}$	$12\sqrt{2} \times \tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{12\sqrt{2}}{4}$
	$x = 0.4899573263$
	$L-R = 0$

$$x = 0.4899573263 \text{ rad.}$$

Amb mesures sexagesimals:

$\text{Ans} \times \frac{180}{\pi}$
$28^\circ 4' 20.95''$

$$\alpha = \angle MAN \approx 28^\circ 4' 21''.$$