



Funció hipèrbola.

Donat el quadrat ABCD de costat $\overline{AB} = 12$, considerem els punts M i N dels costats \overline{BC} i \overline{CD} , respectivament, tal que $\overline{BM} = \overline{DN} = x$.

Els segments \overline{AM} , \overline{AN} tallen la diagonal \overline{BD} en els punts P, Q, respectivament.

Siga $\alpha = \angle MAN$.

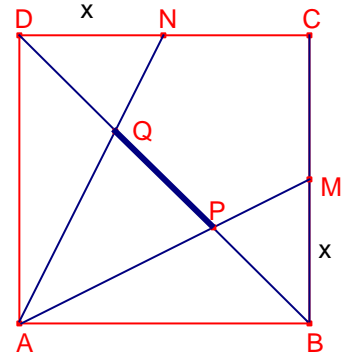
Determineu la mesura del segment \overline{PQ} en funció de $\overline{BM} = x$

Siga la funció $f(x) = \overline{PQ}$. Dibuixeu-la.

Calculeu la mesura del segment \overline{PQ} quan $x = 3$.

Calculeu x a fi que P i Q divideixen la diagonal en tres parts iguals.

Calculeu x a fi que \overline{PQ} siga igual a $\frac{1}{4}$ de la diagonal.



Solució:

$$\overline{BD} = 12\sqrt{2}$$

Els triangles $\triangle APD$, $\triangle BPM$ són semblants. Aplicant el teorema de Tales:

$$\frac{x}{12} = \frac{\overline{PB}}{12\sqrt{2} - \overline{PB}}. \text{ Resolent l'equació:}$$

$$\overline{PB} = 2\sqrt{12} \cdot \frac{x}{x+12}.$$

$$\overline{PQ} = 12\sqrt{2} - 2 \cdot \overline{PB} = 2\sqrt{12} \cdot \frac{-x+12}{x+12}.$$

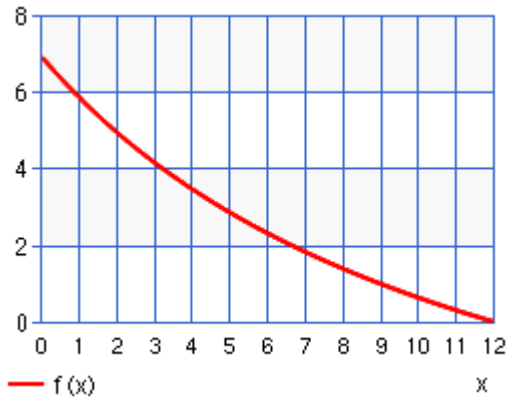
$$f(x) = 2\sqrt{12} \cdot \frac{-x+12}{x+12}, \quad x \in [0, 12].$$

Calculem una taula de la funció amb el menú *TAULA* de la calculadora:

x	f(x)
1	6.9282
2	5.8623
3	4.9487
4	4.1569
9	1.3856
10	0.9897
11	0.6298
12	0.3012

x	f(x)
5	3.4641
6	2.8527
7	2.3094
8	1.8232

Per dibuixar la funció utilitzarem el codi QR de la calculadora:



Amb la TAULA de la funció calculem $f(3)$.

$$f(3) = 4.1569.$$

Calculem el valor x tal que P i Q divideixen la diagonal en tres parts iguals, és a dir,

$$f(x) = \frac{\overline{PQ}}{3}.$$

$$2\sqrt{12} \cdot \frac{-x+12}{x+12} = \frac{2\sqrt{12}}{3}. \text{ Simplificant: } \frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{3}.$$

$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{3}$	$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{3}$
	$x = 6$
	$L-R = 0$

$x = 6$, és a dir, M és el punt mig del costat \overline{BC} .

Calculem el valor x tal que \overline{PQ} siga igual a $\frac{1}{4}$ de la diagonal, és a dir, $f(x) = \frac{\overline{PQ}}{4}$

$$2\sqrt{12} \cdot \frac{-x+12}{x+12} = \frac{2\sqrt{12}}{4}. \text{ Simplificant: } \frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{4}.$$

$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{4}$	$\frac{-x+12}{x+12} = \frac{1}{4}$
	$x = 7.2$
	$L-R = 0$

$x = 7.2$.