Problema

En l'espai es donen les rectes $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3 \end{cases}$ i $s \equiv x - 1 = y = z - 3$.

Obteniu raonadament:

a) Un vector director de cadascuna de les rectes r i s.

b) L'equació del pla perpendicular a la recta r que passa pel punt $(0, 1, 3)$.

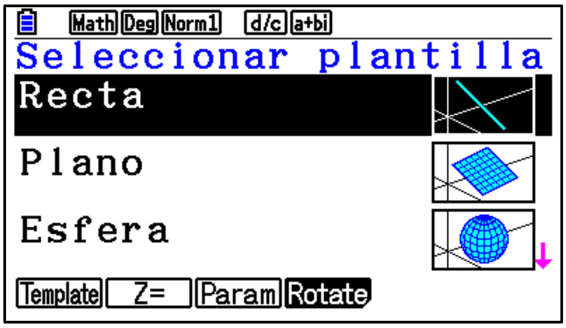
c) El punt intersecció de les rectes r i s i l'equació del pla Π que conté aquestes rectes r i s.

Pau's València juny 2011. Matemàtiques II

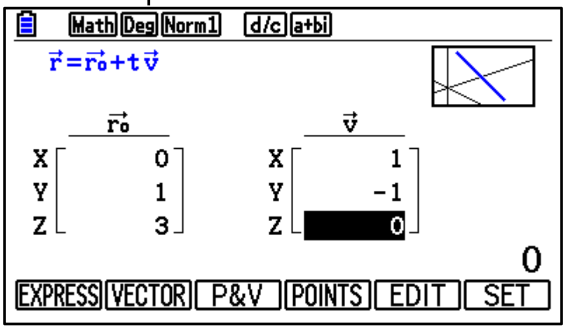
Solució:

a)

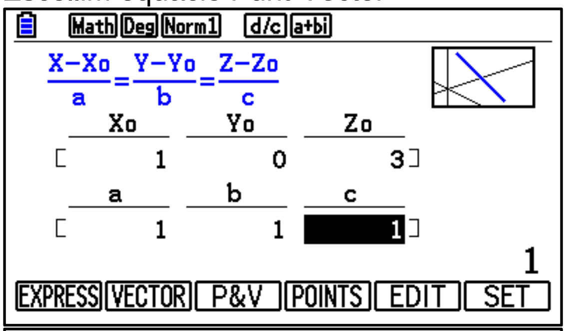
Obrim el *Menú Gráfico 3D*

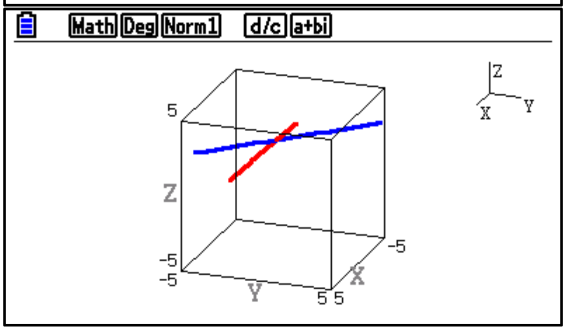


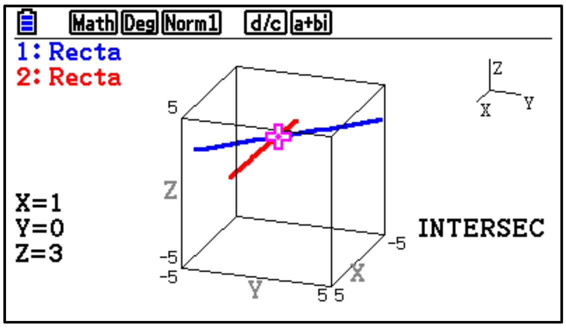
Escollim equació vectorial



Escollim equació Punt-Vector







La recta $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = 3 \end{cases}$ que està en forma paramètrica passa pel punt $P(0,1,3)$ i té vector director $v = (1,-1,0)$.

La recta $s \equiv x-1 = y = z-3$ que està en forma contínua passa pel punt $Q(1,0,3)$ i té vector director $w = (1,1,1)$.

Notem que v i w són linealment independents ja que no són proporcionals.

b)

El plànol perpendicular a r que passa pel punt $A(0,1,3)$ té vector característic o normal el vector director de la recta r.

El feix de plànols que té vector característic $v = (1,-1,0)$ té equació:

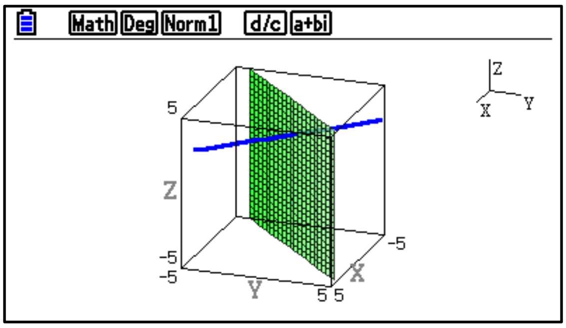
$\Omega \equiv x - y + D = 0$.

Com que el punt A és el plànol Ω, satisfà la seua equació:

$0 - 1 + D = 0$. Resolent l'equació:

$D = 1$. El plànol que cerquem és:

$\Omega \equiv x - y + 1 = 0$.



c)

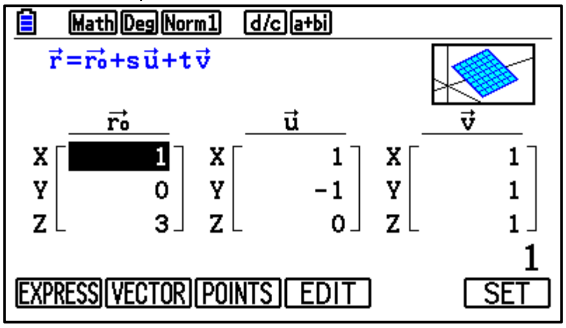
El punt intersecció de les dues rectes és punt que satisfà les equacions de les dues rectes. Si substituïm $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1-\lambda \\ z = 3 \end{cases}$ en l'equació de la recta s:

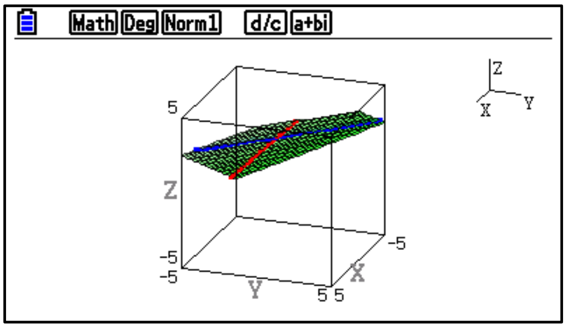
$\lambda - 1 = 1 - \lambda = 3 - 3$. Resolent el sistema:

$\lambda = 1$.

Aleshores el punt intersecció és $R(1,0,3)$.

El plànol Π que conté les rectes r i s és el plànol que passa per R i té per vectors directors v, w:





$\Pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z-3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$. Simplificant: $\Pi \equiv -x - y + 2z - 5 = 0$.