Problema

Considereu les rectes $r_1 \equiv x = z = 0$, $r_2 \equiv \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{cases}$.

a) Estudieu la posició relativa de r_1 i r_2 .

b) Determineu, si és possible, un plànol paral·lel a r_1 i que continga a r_2 .

Astúries 2014.

Solució:

b)

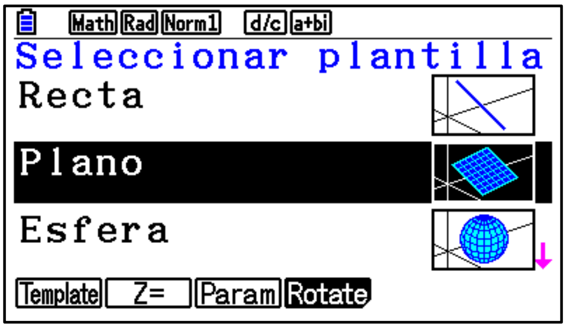
Les dues rectes venen donades en forma general

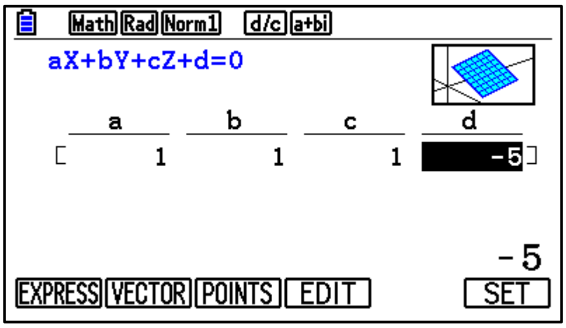
La recta $r_1 \equiv x = z = 0$ té equació paramètrica $r_1 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = \alpha \\ z = 0 \end{cases}$ un punt de la recta és $O(0, 0, 0)$ i el vector director és $v = (0,1,0)$.

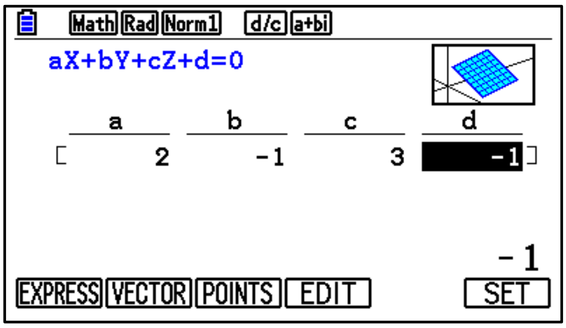
Per determinar l'equació vectorial de la recta $r_2 \equiv \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{cases}$ resolem el sistema format per les dues rectes:

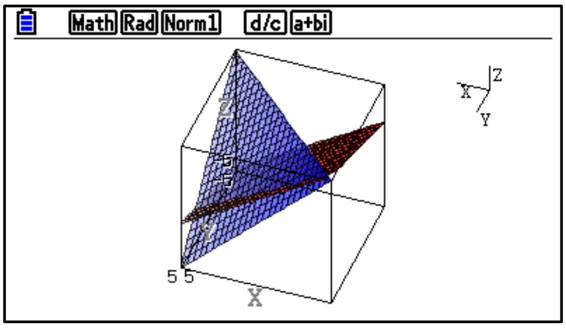
Vegem primer que les la recta $r_2 \equiv \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{cases}$ és intersecció de l'equació dels plànols que defineixen la seua equació general.

Obrim el *Menú Grafico 3D* i definim els dos plànols:

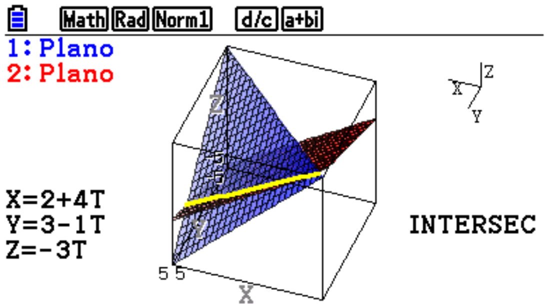






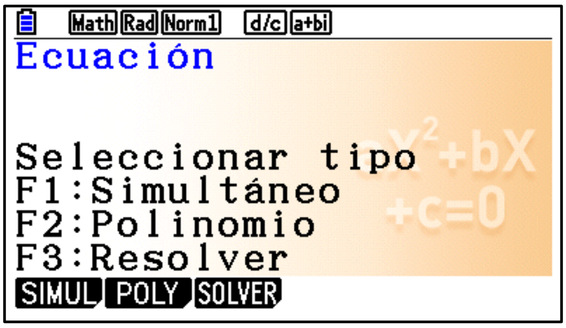


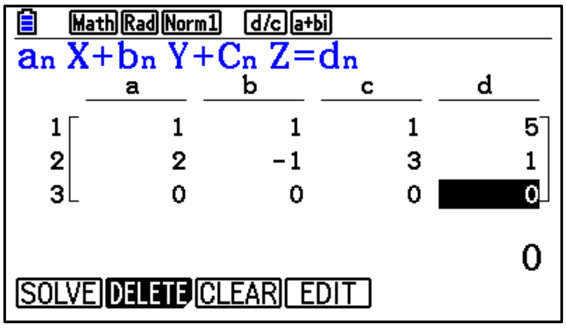
Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció dels dos plànol.

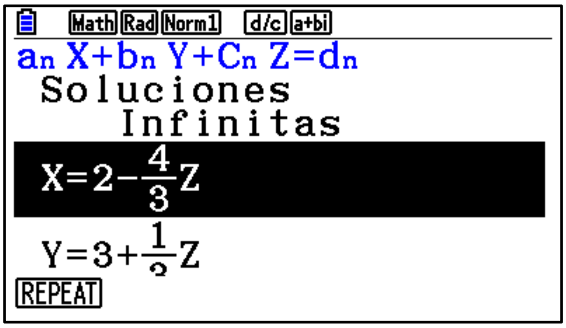


L'equació paramètrica de la recta és: $r_2 \equiv \begin{cases} x = 2 - 4\beta \\ y = 3 - \beta \\ z = 3\beta \end{cases}$

Obrim el *Menú Ecuación*



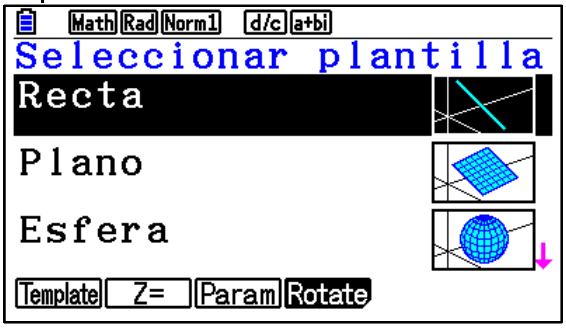


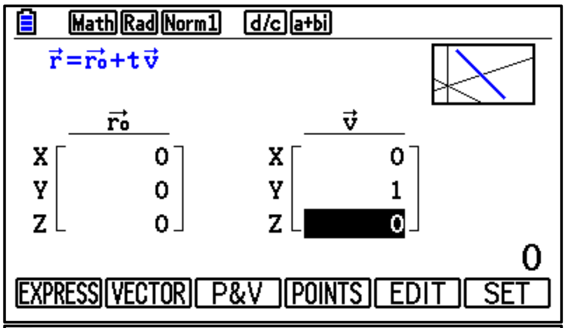


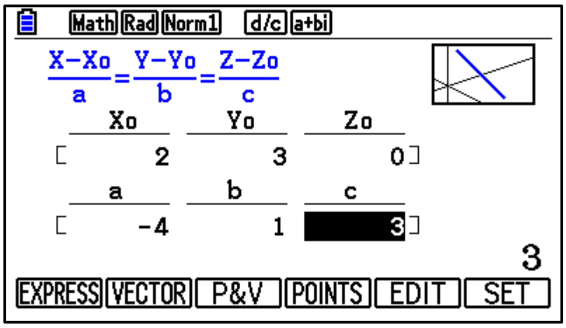
L'equació vector paramètrica de la recta és: $r_2 \equiv \begin{cases} x = 2 - \dfrac{4}{3}\beta \\ y = 3 + \dfrac{1}{3}\beta \\ z = \beta \end{cases}$ Un punt de la recta és

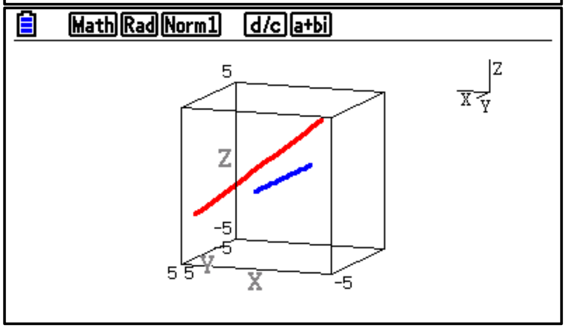
$P(2, 3, 0)$ i el vector director és $w = (-4, 1, 3)$

Obrim el *Menú Grafico 3D* i definim els dos plànols:
Representació de les dues rectes:

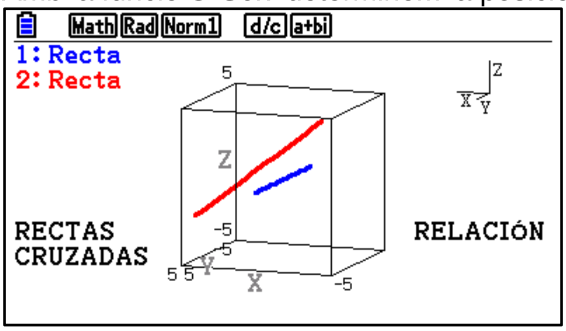








Amb la funció *G-Solv* determinem la posició relativa de les dues rectes.



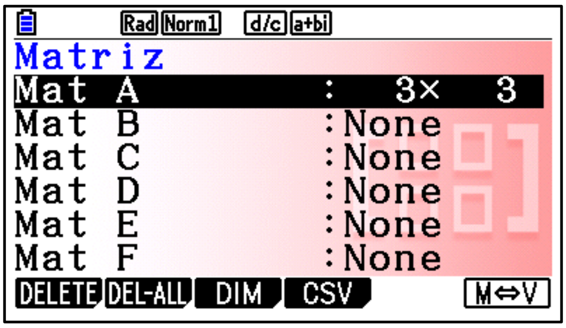
Les dues rectes es creuen.

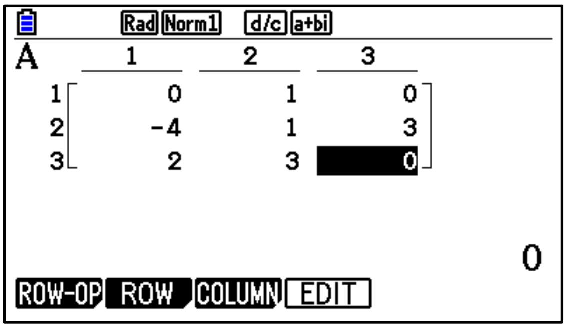
Els vectors $\{v, w\}$ són linealment independents ja que les components no són proporcionals. Aleshores, les rectes són secants o és creuen.
Calculem les components del vector $\overrightarrow{OP}$.

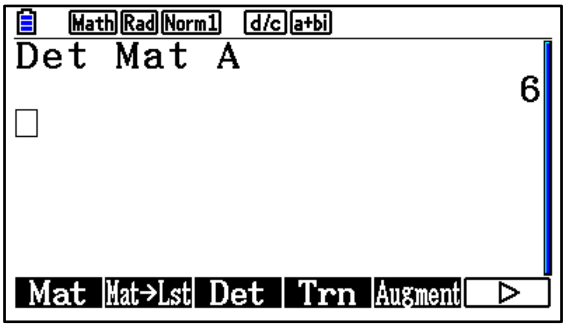
$\overrightarrow{OP} = (2, 3, 0)$

Per estudiar la linealitat dels vectors $\{v, w, \overrightarrow{OP}\}$ calculem el determinant de la matriu formada pels tres vectors.

Obrim el *Menú Ejec-Mat* i definim la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$







$\det A = 6 \neq 0$ aleshores els tres vectors són linealment independents:
Aleshores, les dues rectes es creuen.

b)
El plànol paral·lel a r_1 i que conté a r_2 passa pel punt $P(2,3,0)$ i té direcció els vectors $v = (0,1,0)$ i $w = (-4,1,3)$.
La seua equació vectorial és:

$$\Pi \equiv \begin{cases} x = 2 - 4\beta \\ y = 3 + \alpha + \beta \\ z = 3\beta \end{cases}$$

Obrim el *Menú Gráfico3D*
Representem gràficament el plànol: