

Problema

Siga l'esfera d'equació $E \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z = 0$.

Determineu les coordenades del centre i la mesura del radi.

Verifiqueu si el plànol $\Pi \equiv 3x - 2y + 6z + 1 = 0$ i l'esfera són secants.

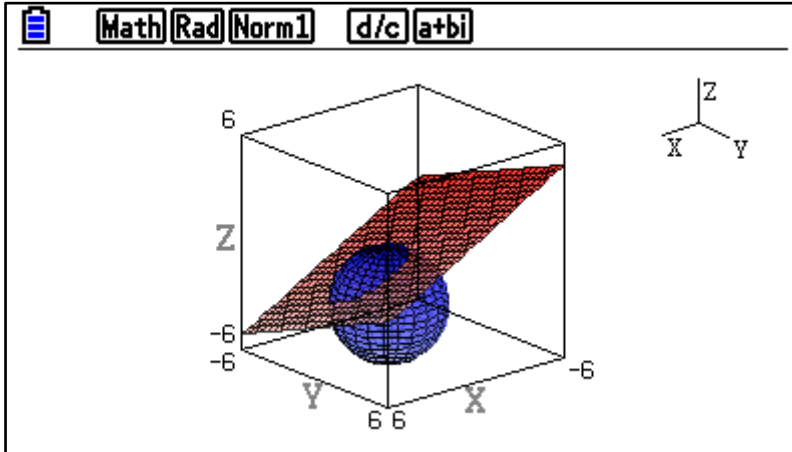
Determineu el radi de la circumferència intersecció de E, Π .

Determineu el centre de la circumferència intersecció de E, Π .

Solució:

Obrim el *Menú Gráfico 3D*.

Representem l'esfera i el plànol:



Completant quadrats:

$$E \equiv (x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = (\sqrt{10})^2$$

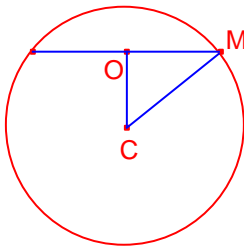
Les coordenades del centre són $C(1, 0, -3)$ i el radi $R = \sqrt{10}$.

Per estudiar la posició relativa del plànol i l'esfera, calculem la distància del centre de l'esfera al plànol.

$$d(C, \Pi) = \left| \frac{3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + 6(-3) + 1}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2}} \right| = 2$$

$$d(C, \Pi) = 2 < R = \sqrt{10}$$

Aleshores, el plànol i l'esfera són secants.



Considerem la circumferència intersecció de l'esfera i el plànol.

Siga O el centre de la circumferència.

Siga la secció de l'esfera que passa pel centre C i perpendicular al plànol

Siga $r = \overline{OM}$ el radi de la circumferència intersecció.

$$\overline{CO} = 2, \overline{CM} = \sqrt{10}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle COM$

$$r^2 = (\sqrt{10})^2 - 2^2 = 6$$

$$r = \sqrt{6}$$

Per calcular el centre de la circumferència intersecció de E, Π , determinem la intersecció de la recta perpendicular a Π que passa pel centre $C(1, 0, -3)$ de l'esfera i el plànel Π

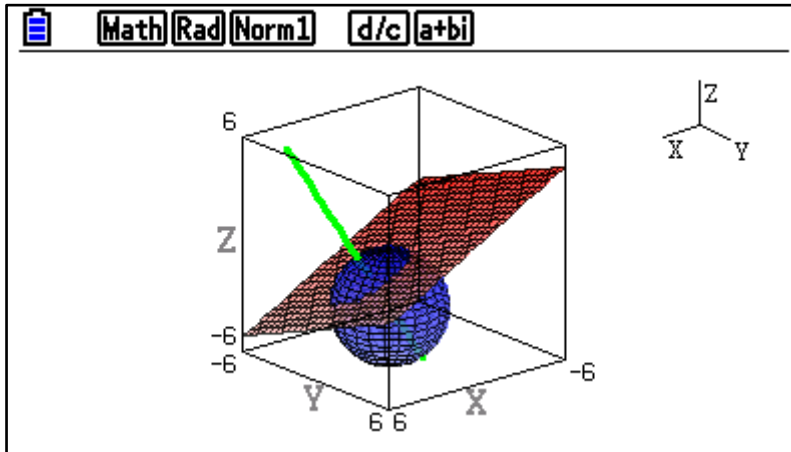
El vector director de la recta perpendicular al plànel que passa per C és el vector característic del plànel $v = (3, -2, 6)$.

La seua equació vectorial és:

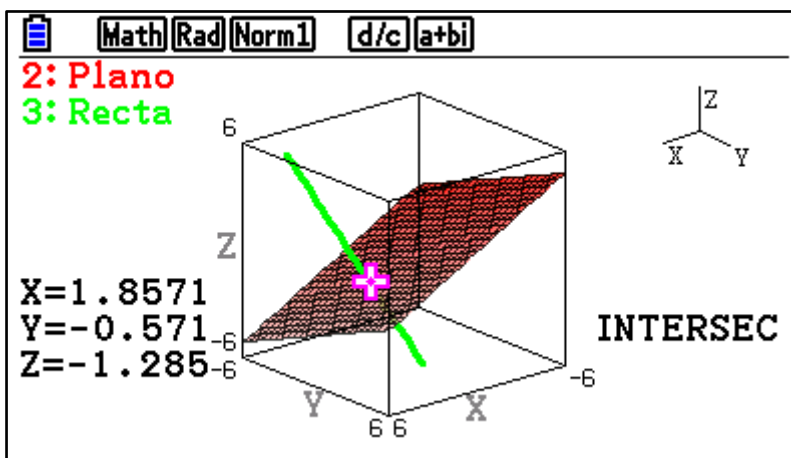
$$r \equiv (x, y, z) = (1, 0, -3) + (3, -2, 6)\alpha$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*.

Dibuixem la recta r :



Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta r i el plànel Π .



El centre de la circumferència és:

$$P(1.8571, -0.571, -1.285)$$

Analíticament, per calcular el punt intersecció resoldrem el sistema format per la recta r i el plànel Π .

$$r \equiv \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 3y + z = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y + 6z = -1 \\ 2x + 3y = 2 \\ 3y + z = -3 \end{cases}$$

Obrim el *Menú Ecuación*:

Resolem el sistema d'equacions lineals format per la recta r i el plànel Π .

Math Rad Norm1 d/c a+bi
 $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$

	a	b	c	d
1	3	-2	6	-1
2	2	3	0	2
3	0	3	1	-3

-3

SOLVE DELETE CLEAR EDIT

Math Rad Norm1 d/c a+bi
 $a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$

X 1.8571

Y -0.571

Z -1.285

$\frac{13}{7}$

REPEAT

$$\begin{cases} x = \frac{13}{7} \\ y = -\frac{4}{7} \\ z = -\frac{9}{7} \end{cases}$$

Aleshores, el centre de la circumferència és:

$$P\left(\frac{13}{7}, -\frac{4}{7}, -\frac{9}{7}\right)$$