

Problema

Resoleu el sistema d'equacions lineals
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x - 3y + 3z = 8 \end{cases}$$

Interpreteu geomètricament el resultat.

Solució

Resolem el sistema pel mètode de Gauss.

Considerem la matriu ampliada del sistema:

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 3 & -3 & 3 & 8 \end{array} \right)$$

$$E_2 \equiv 2 \cdot E_1 - E_2$$

$$E_3 \equiv 3 \cdot E_1 - E_3$$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 3 & -3 & 3 & 8 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 6 & -6 & -2 \end{array} \right)$$

$$E_3 \equiv 2 \cdot E_{12} - E_3$$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 3 & -3 & 3 & 8 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 6 & -6 & -2 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$3y - 3z = -1$$

El sistema té infinites solucions.

Resolent el sistema

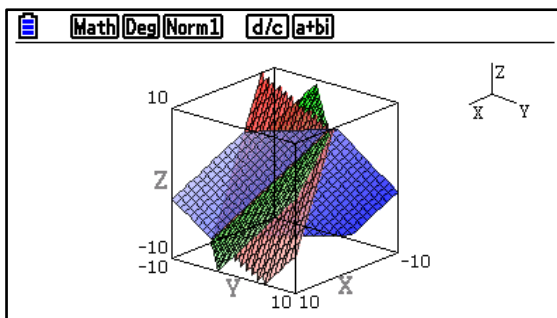
$$\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{1}{3} + \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$$

Amb ajut de la calculadora.

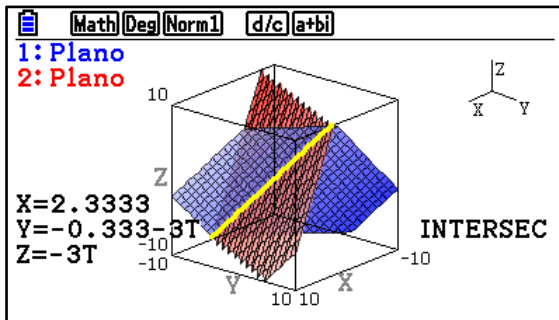
<p>Math Deg Norm1 d/c a+bi</p> <p>$a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>a</th><th>b</th><th>c</th><th>d</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>-1</td><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>-3</td><td>3</td><td>8</td></tr></tbody></table> <p>SOLVE DELETE CLEAR EDIT</p>		a	b	c	d	1	1	1	-1	2	2	2	-1	1	5	3	3	-3	3	8	<p>Math Deg Norm1 d/c a+bi</p> <p>$a_n X + b_n Y + c_n Z = d_n$</p> <p>$X = \frac{7}{3}$</p> <p>$Y = -\frac{1}{3} + Z$</p> <p>$Z = Z$</p> <p>REPEAT</p>
	a	b	c	d																	
1	1	1	-1	2																	
2	2	-1	1	5																	
3	3	-3	3	8																	

Obrim el Menú Gráfico 3D

Definim les equacions generals dels tres plànols.



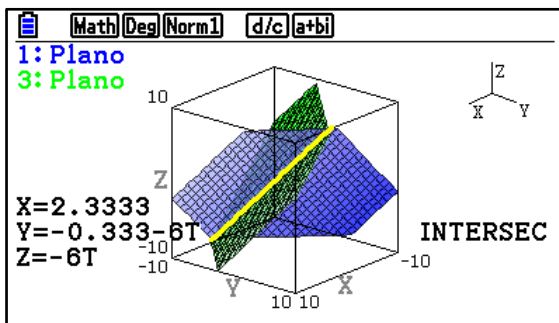
Determinem la intersecció dels plànols formats per la primera i segona equació del sistema.



La solució és la recta

$$\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{1}{3} - 3\alpha \\ z = -3\alpha \end{cases}$$

Determinem la intersecció dels plànols formats per la primera i tercera equació del sistema.



La solució és la recta

$$\begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{1}{3} - 6\alpha \\ z = -6\alpha \end{cases}$$

Els tres plànols s'intersecten dos a dos en la mateixa recta.