

Problema

Calculeu

- Mòdul i argument $z = 1 - i\sqrt{3}$
- Calculeu z^4
- Calculeu $\sqrt[4]{z}$

Solució:

Configurem la calculadora en forma binomial de complexos, $a + bi$.

a)b)

Definim $1 - i\sqrt{3} \rightarrow A$

Calculem el mòdul i l'argument.

1 - $i\sqrt{3} \rightarrow A$

$|A|$ $1 - \sqrt{3} i$

2

$|A|$ $1 - \sqrt{3} i$

Arg A 2

$-\frac{1}{3}\pi$

Calculem A^4

Arg A $-\frac{1}{3}\pi$

A^4 $-8 + 8\sqrt{3} i$

$$z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$$

Calculem el mòdul i l'argument de A^4

$|A^4|$ 16

Arg A^4 $\frac{2}{3}\pi$

$A^4 \triangleright r \angle \theta$ $\frac{2}{3}\pi$

$16 \angle \frac{2}{3}\pi$

$$z^4 = |z|^4 (\cos(4 \cdot \arg z) + i \sin(4 \cdot \arg z)) = 16 \left(\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right) + i \sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right) \right)$$

$$z^4 = 16 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

c)

Si calculem $\sqrt[4]{A}$ vegem que ens dóna una solució complexa:

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$16 \angle \frac{2}{3} \pi$

$\sqrt[4]{A}$

1.148685865
-0.3077894499i

ReP ImP r∠θ a+bi

Tampoc podem resoldre l'equació $x^4 = A$ ja que els coeficients no són reals.

Aleshores hem d'aplicar la teoria de l'arrel quarta d'un nombre complex

$$\sqrt[4]{A} = \sqrt[4]{|A|} \angle \left(\frac{\text{Arg } A}{4} + \frac{2\pi}{4} k \right), \quad k = 0, 1, 2, 3$$

Math Rad Norm1 d/c a+bi

1.148685865
-0.3077894499i

$\sqrt[4]{|A|} \angle \frac{\text{Arg } A}{4}$

1.148685865
-0.3077894499i

i Abs Arg Conjug

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$\sqrt[4]{|A|} \angle \left(\frac{\text{Arg } A}{4} + \frac{2\pi}{4} \right)$

1.148685865
-0.3077894499i

0.3077894499
+1.148685865i

JUMP DELETE MAT/VCT MATH

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$\sqrt[4]{|A|} \angle \left(\frac{\text{Arg } A}{4} + \frac{2\pi}{4} \times 2 \right)$

0.3077894499
+1.148685865i

-1.148685865
+0.3077894499i

JUMP DELETE MAT/VCT MATH

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$\sqrt[4]{|A|} \angle \left(\frac{\text{Arg } A}{4} + \frac{2\pi}{4} \times 3 \right)$

-1.148685865
+0.3077894499i

-0.3077894499
-1.148685865i

JUMP DELETE MAT/VCT MATH