

Problema

Calculeu la suma dels primers 100 termes de la sèrie

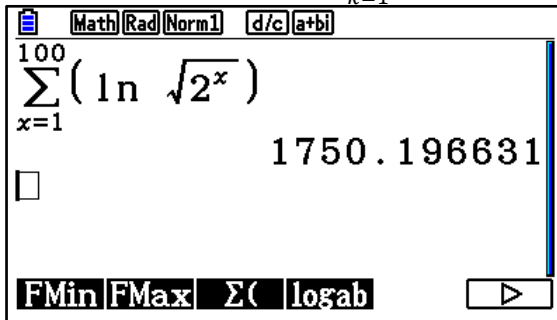
$$\ln \sqrt{2} + \ln 2 + \ln \sqrt{8} + \dots$$

Escriu el valor exacte amb la forma $n \ln 2$ amb $n \in \mathbb{Z}$

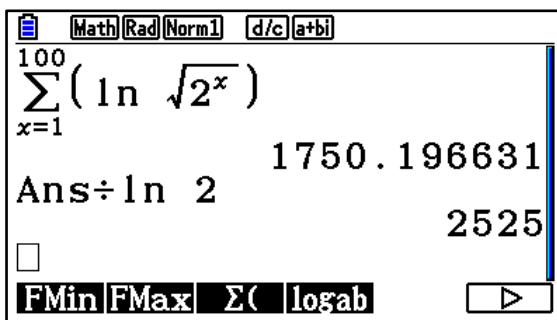
Solució:

Obrim el *Menú Ejec-Mat*.

$$\ln \sqrt{2} + \ln 2 + \ln \sqrt{8} + \dots = \sum_{k=1}^{100} \ln \sqrt{2^k}$$



Calculem el valor n tal que $n \cdot \ln 2 = \sum_{k=1}^{100} \ln \sqrt{2^k}$, dividint el valor calculat entre $\ln 2$



$$n = 2525$$

Algebraicament:

$$\ln \sqrt{2} + \ln 2 + \ln \sqrt{8} + \dots = \sum_{k=1}^{100} \ln \sqrt{2^k} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{100} \ln 2^k = \frac{1}{2} \ln 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{100} =$$

$$= \frac{1}{2} \ln 2^{1+2+3+\dots+100} = \frac{1}{2} (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \ln 2 = \frac{1 \cdot 1 + 100}{2} 100 \cdot \ln 2 = 2525 \cdot \ln 2$$