Problema

Siga $f(x) = 2(1 - x) + \ln x,\ 0 < x < +\infty$

Determineu:

a) Els punts de tall amb l'eix d'abscisses.

b) La monotonia i extrems locals.

c) La recta tangent en $x = 1$

d) La recta normal en $x = 1$

e) Àrea entre la corba $f(x)$, la recta tangent anterior i la recta $x = \frac{1}{2}$

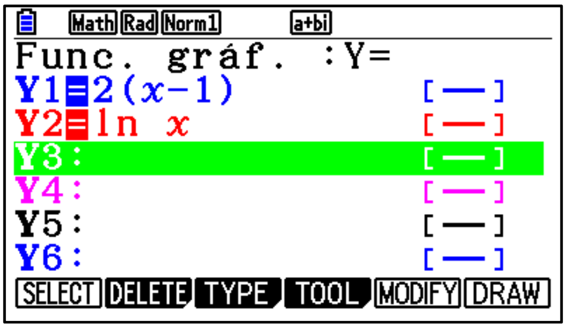
Solució:

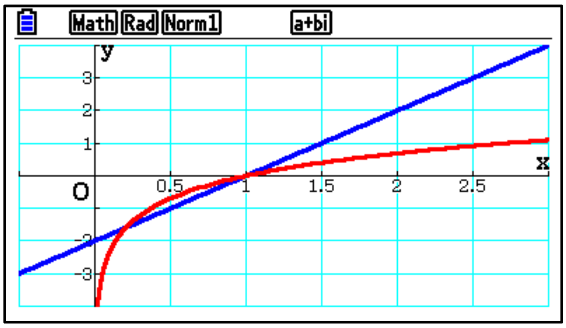
a)

Siguen les funcions $Y1 = 2(x - 1), Y2 = \ln x$

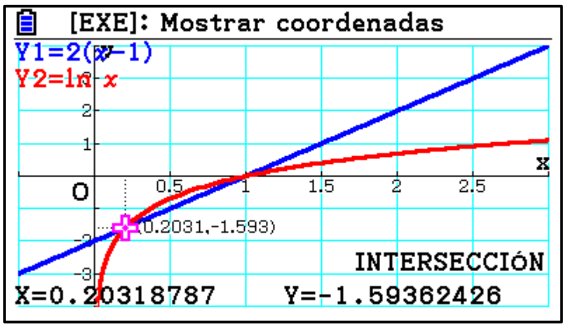
Calcular els punts de tall de la funció $f(x)$ amb l'eix d'abscisses és determinar la intersecció de les funcions $Y1 = 2(x - 1), Y2 = \ln x$

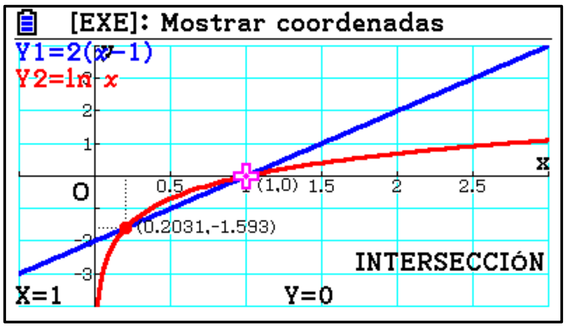
Obrim el *Menú Gráfico* i definim i representem les funcions $Y1 = 2(x - 1), Y2 = \ln x$





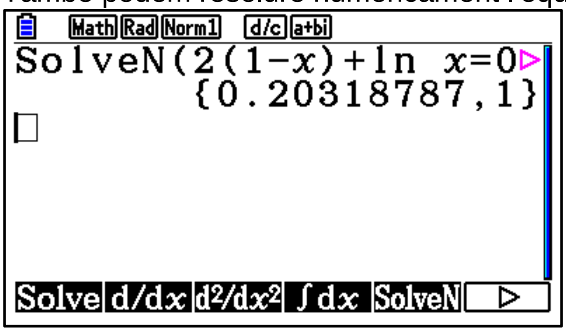
Amb la funció *G-Solv*, derterminem la intersecció de la recta i la funció logarítmica. Notem que té dues solucions.





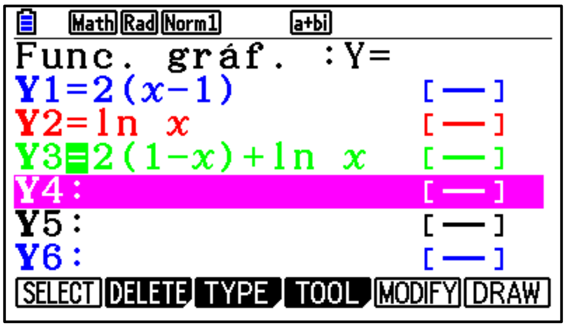
Els punts de tall són $x = 0.2032, 1$

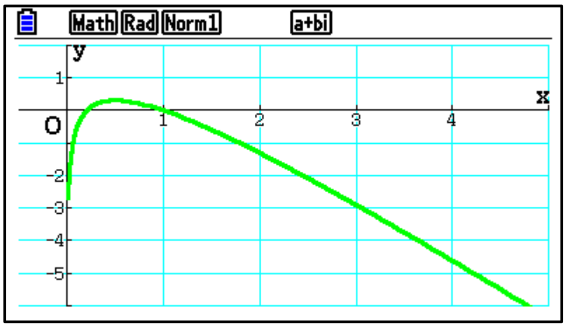
També podem resoldre numèricament l'equació amb el *Menú Ejec-Mat*



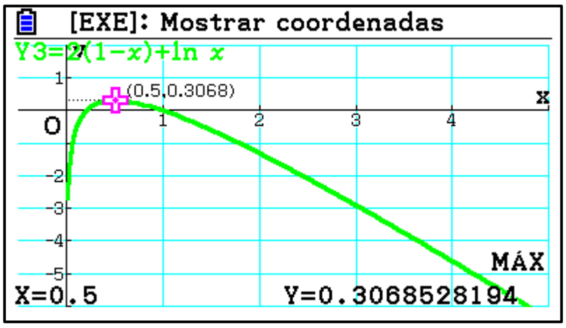
Els punts de tall són $x = 0.2032, 1$

b)
Obrim el *Menú Gráfico* i definim i representem la funció $f(x) = 2(1 - x) + \ln x$





Amb la funció *G-Solv* determinem el màxim de la funció



El màxim s'assoleix en el punt $(0.5, 0.3069)$
Observant la gràfica, la funció és estrictament creixent quan $x \in]0, 0.5[$.
La funció és estrictament decreixent quan $x \in]\ 0.5, +\infty[$

Calculem la derivada de la funció $f(x)$

$f'(x) = -2 + \dfrac{1}{x}$

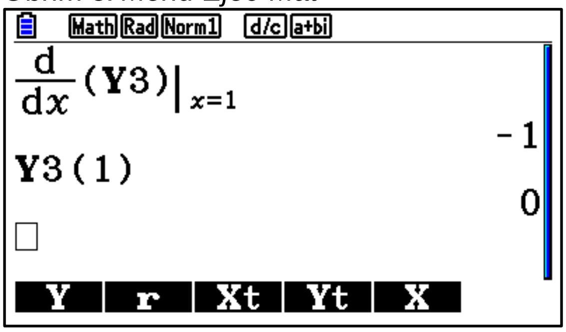
$f'(x) > 0,\ \ -2 + \frac{1}{x} > 0.$

Resolent la inequació, $0 < x < \frac{1}{2}$

$f'(x) < 0,\ \ -2 + \frac{1}{x} < 0.$

Resolent la inequació, $x > \frac{1}{2}$.

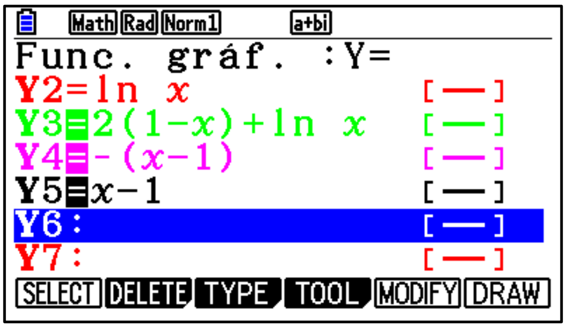
c)
Obrim el *Menú Ejec-Mat*

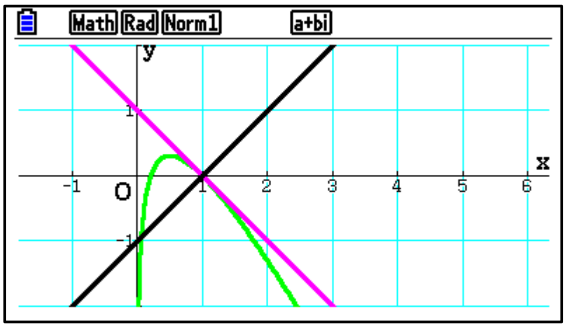


$f'(1) = -1,\ f(1) = 0$
La recta tangent en $x = 1$ té equació:
$y = -(x - 1)$

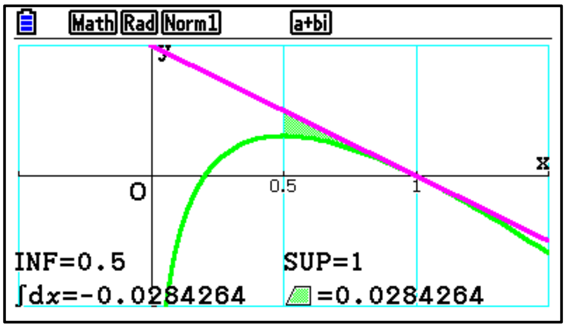
d)
La recta normal en $x = 1$ té equació:
$y = x - 1$

Obrim el *Menú Gráfico* i definim i representem la recta tangent i la recta normal. Utilitzem l'escala *Square*





e)
Seleccionem les funcions $f(x)$, $y = -(x - 1)$
Amb la funció *G-Solv* calculem l'àrea afitada per la corba $f(x)$, la recta tangent $y = -(x - 1)$ i la recta $x = \frac{1}{2}$



L'àrea és $S = 0.0284$

També es pot calcular l'àrea des del *Menú Ejec-Mat*: