

**Problema**

Siga la funció  $f(x) = \ln(x + 1) \cdot \sin(\pi x)$

- Calculeu  $f'(x)$
- Dibuixeu aproximadament la gràfica de  $f(x)$  i de  $f'(x)$  en el mateix eixos, mostrant clarament totes les interseccions amb l'eix d'abscisses.
- Determineu les coordenades dels dos punts d'inflexió que té la gràfica  $f(x)$
- Determineu la recta normal a la gràfica  $f(x)$  en el punt  $x = 0.75$ , expressant la resposta de la forma  $y = mx + c$
- Considereu els punts  $A(a, f(a)), B(b, f(b)), C(c, f(c))$  on  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) són les solucions de l'equació  $f(x) = f'(x)$ . Calculeu l'àrea del triangle  $ABC$ .

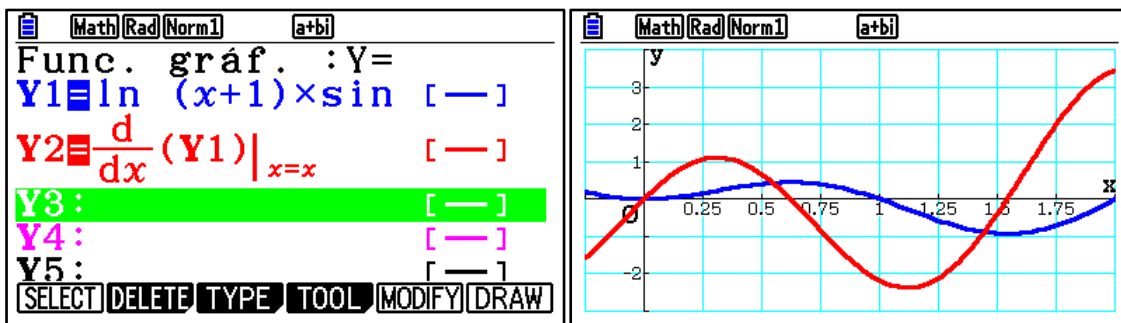
Solució:

a)

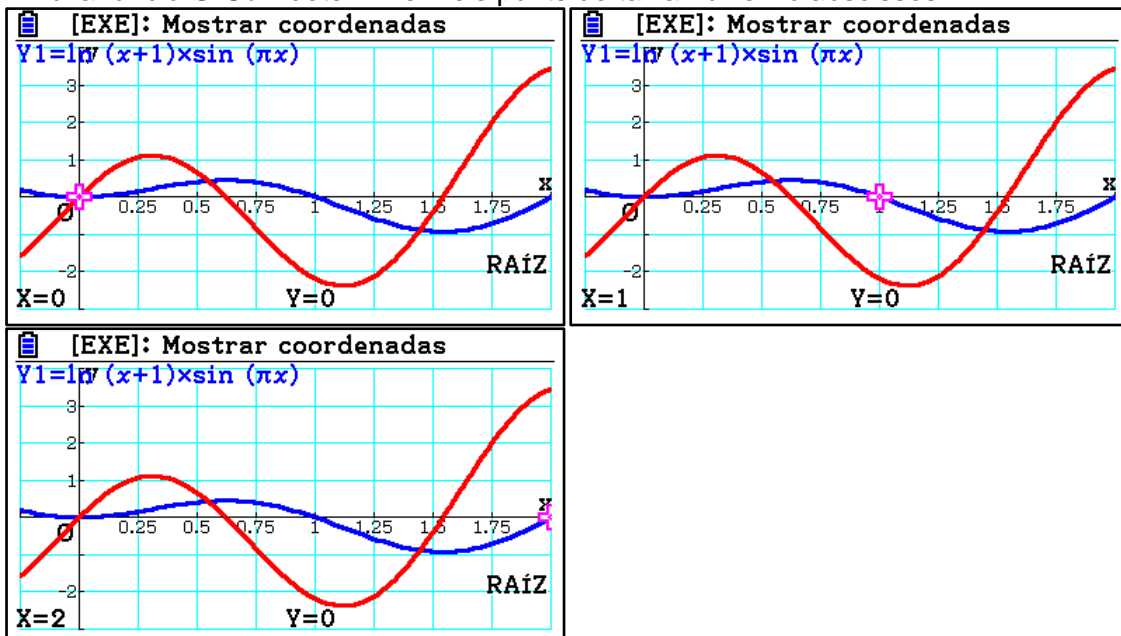
$$f'(x) = \frac{1}{x+1} \sin(\pi x) + \pi \cdot \ln(x+1) \cdot \cos(\pi x)$$

b)

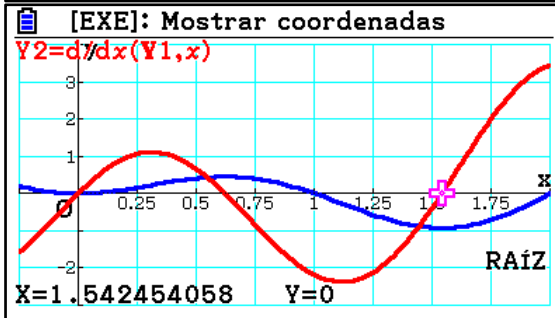
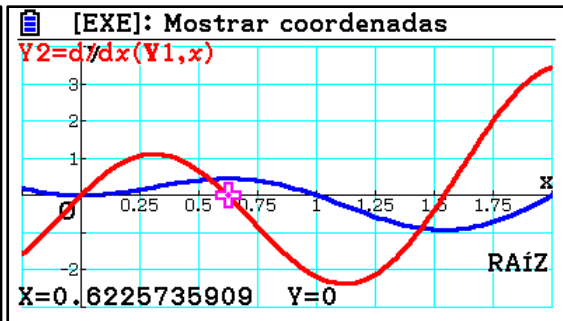
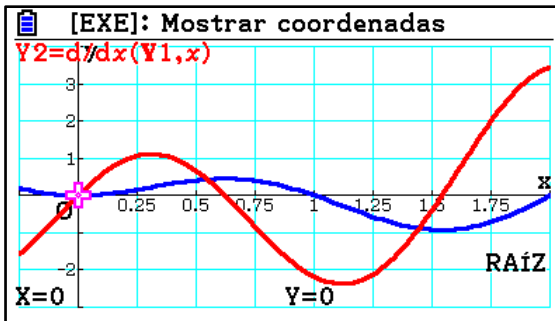
Obrim el *Menú Gráfico* i definim dels funcions  $f(x)$  i  $f'(x)$



Amb la funció G-Solv determinem els punts de tall amb l'eix d'abscisses:



El punt de tall de  $f(x)$  amb l'eix d'abscisses són  $(0, 0), (1, 0), (2, 0)$



Els punts de tall de la funció  $f'(x)$  amb l'eix d'abscisses són  $(0, 0)$ ,  $(0.6226, 0)$ ,  $(1.5425, 0)$

c)

Els punts d'inflexió de la funció  $f(x)$  s'assoleixen quan  $f''(x) = 0$ .

Definim i representem la funció  $f''(x)$

Math Rad Norm1 a+bi

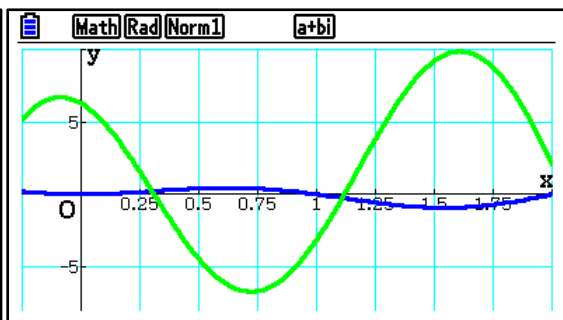
Func. gráf. : Y=

$Y2 = \frac{d}{dx}(Y1) \Big|_{x=x}$  [—]

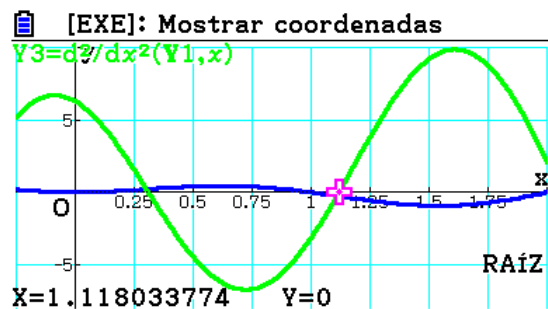
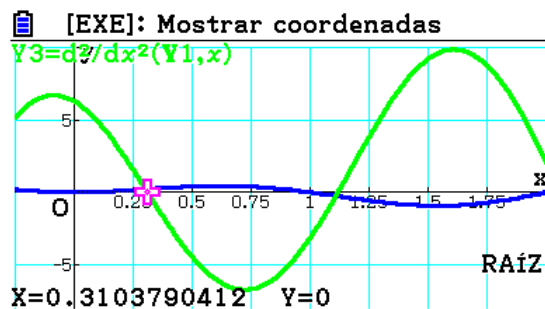
$Y3 = \frac{d^2}{dx^2}(Y1) \Big|_{x=x}$  [—]

Y4: [—]

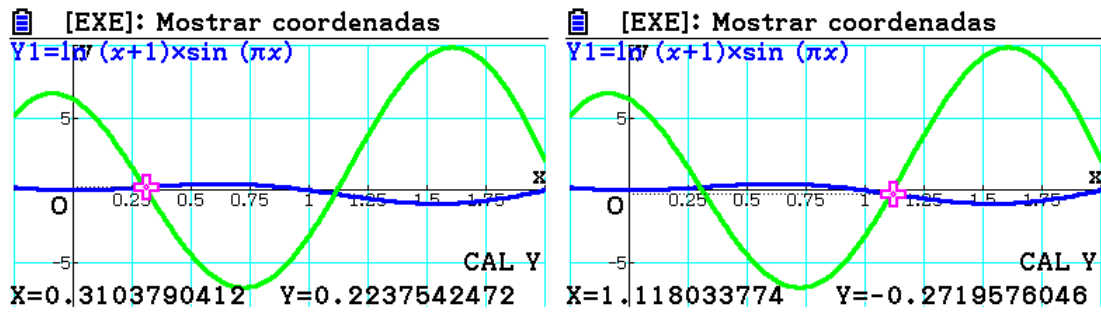
SELECT DELETE TYPE TOOL MODIFY DRAW



Amb la funció G-Solv determinem els punts de tall de la funció  $f''(x)$



Amb la funció  $G\text{-Solv}$  calculem  $f(0.3103790412)$ ,  $f(1.11803377)$

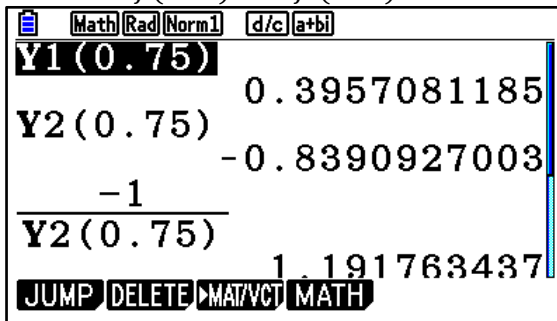


Les coordenades dels punts d'inflexió són  $(0.3104, 0.2238)$ ,  $(1.1180, -0.2720)$

d)

Obrim el *Menú Ejec-Mat*

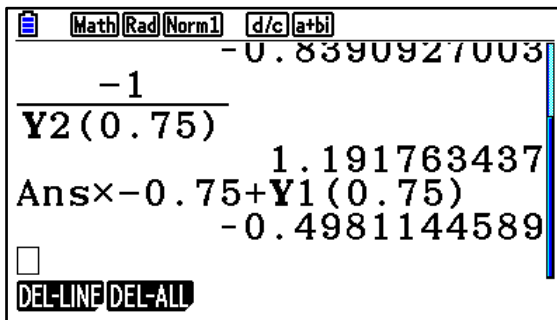
Calculem  $f(0.75)$  i de  $f'(0.75)$



$$r_N \equiv y = -\frac{1}{f'(0.75)}(x - 0.75) + f(0.75)$$

$$r_N \equiv y = -\frac{1}{-0.8390927003}(x - 0.75) + 0.3957081185$$

Calculem el pendent i l'ordenada a l'origen de la recta normal.

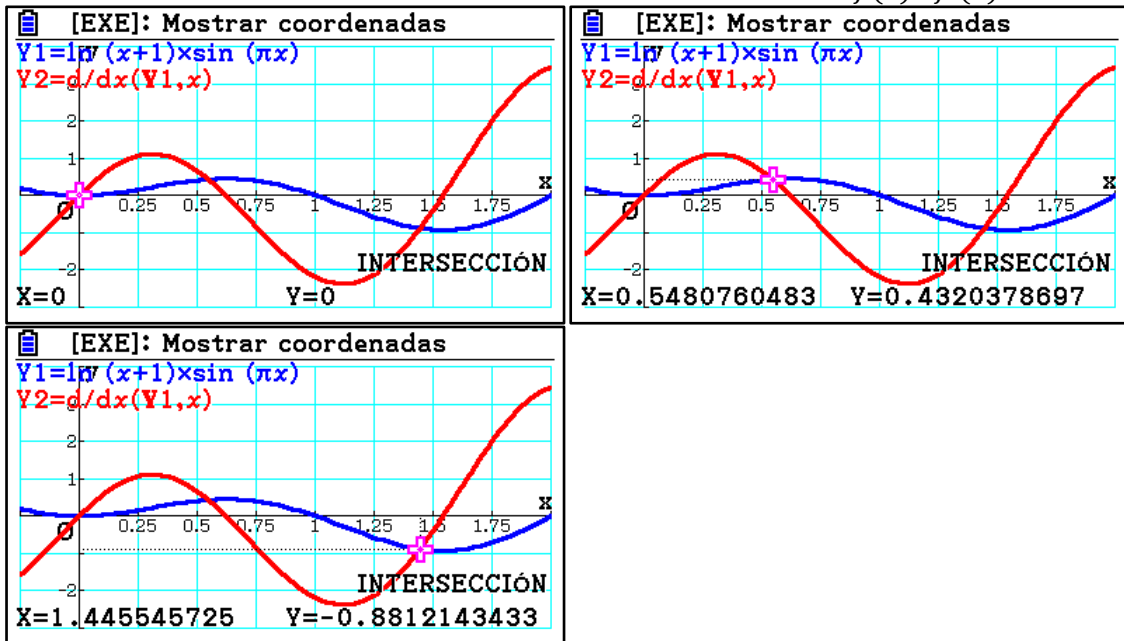


L'equació de la recta normal en la forma  $y = mx + c$  és:

$$y = 1.1918x - 0.4981$$

e)

Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de les corbes de  $f(x)$  i  $f'(x)$



Els punts d'intersecció són:

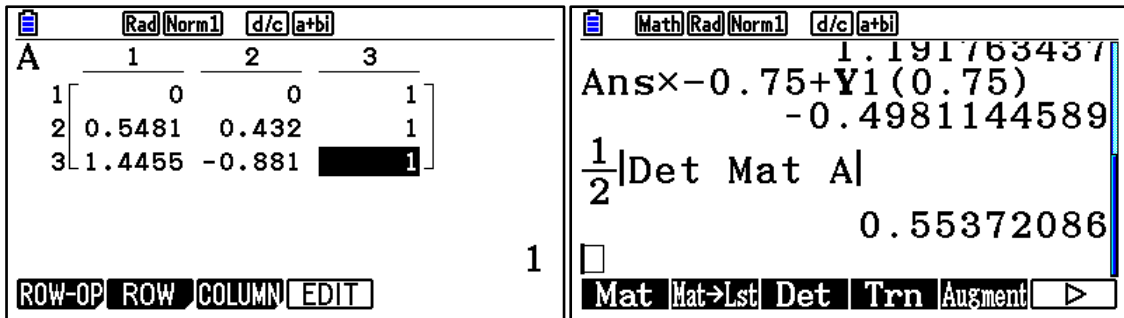
$A(0, 0), B(0.5481, 0.4320), C(1.4455, -0.8812)$

L'àrea del triangle format pels punts  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  és:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Definim la matriu i calculem l'àrea



L'àrea és,  $S_{ABC} = 0.5537$