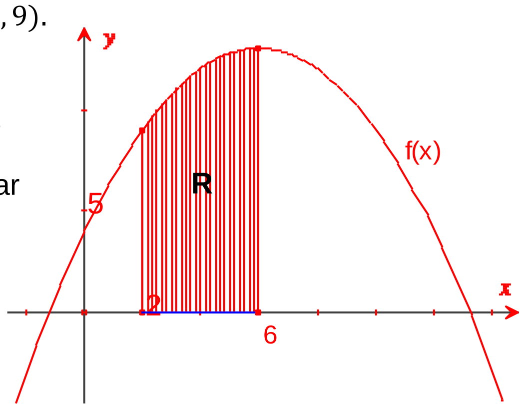
Problema

Siga la funció $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x + 4$

a) Calculeu $f'(x)$
b) Determineu la recta normal a la corba en el punt $(2, 9)$.
c) Determineu l'altre punt on la recta normal talla la funció.
d) Siga la gràfica de la funció. Determineu l'àrea de la regió R ombrejada.
e) Calculeu el volum de revolució de la regió R al voltar 360º sobre l'eix d'abscisses.



Solució:
a)

$$f'(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

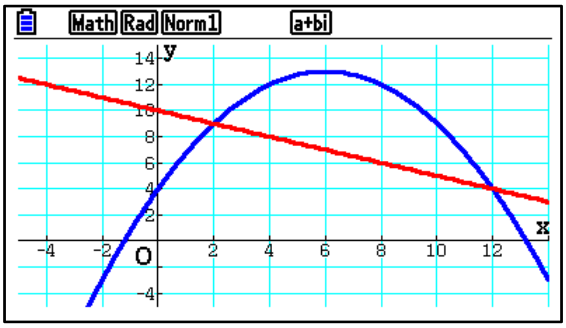
b)
L'equació de la recta normal a la corba en el punt $(a, f(a))$ de la corba és:

$$y = -\frac{1}{f'(a)}(x - 1) + f(a)$$

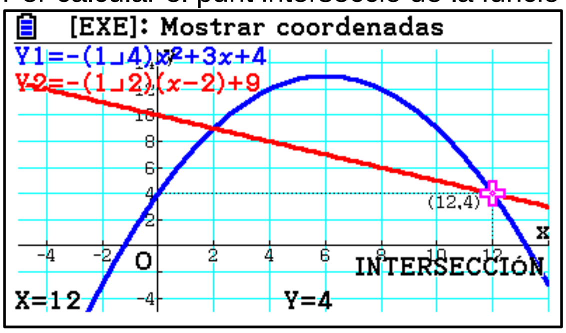
El punt $(2, 9)$ pertany a la corba.
$f'(2) = 2$
L'equació de la recta normal és:

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2) + 9$$

c)
Obrim el *Menú Gràfico* i definim i representem les funcions:
$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x + 4, \;\; y = -\frac{1}{2}(x - 2) + 9$

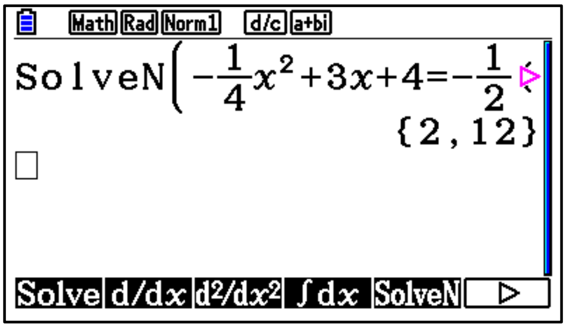


Per calcular el punt intersecció de la funció i la recta normal utilitzem la funció *G-Solv*:

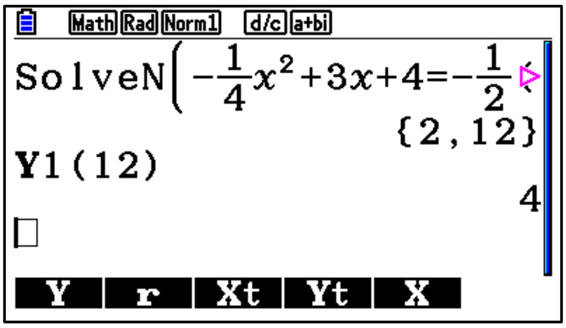


El punt intersecció és $(12, 4)$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*
Resoldrem l'equació:
$-\frac{1}{4}x^2 + 3x + 4 = -\frac{1}{2}(x-2) + 9$

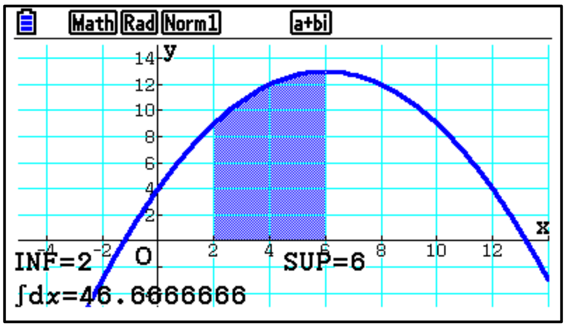


Calculem $f(12)$



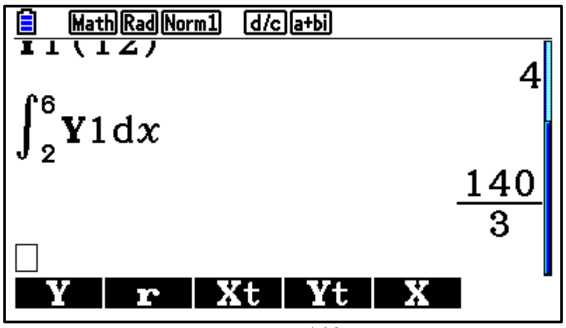
El punt intersecció és $(12, 4)$

d)
Obrim el *Menú Gráfico*.
Amb la funció *G-Solv* calculem l'àrea de la regió ombrejada R.



L'àrea de la regió R és $\frac{140}{3} \approx 46.67$

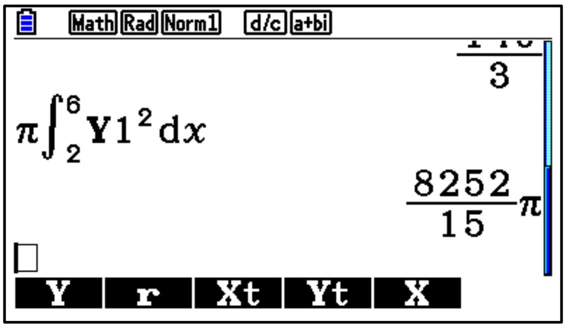
Obrim el *Menú Ejec-Mat*
Calculem $\int_2^6 Y1\, dx$

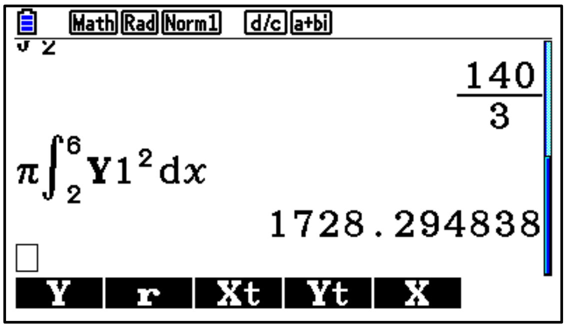


L'àrea de la regió R és $\frac{140}{3} \approx 46.67$

e)
El volum de revolució és:

$$\pi \int_2^6 f^2(x)dx$$





El volum de revolució és $V = \frac{8252}{15}\pi \approx 1728.29$