

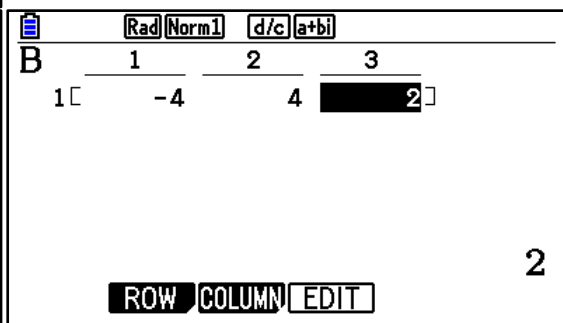
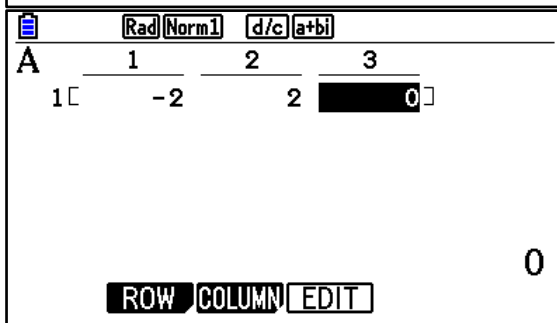
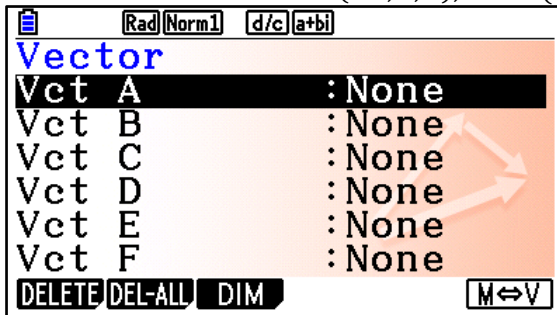
Determineu l'equació de la circumferència que passa pels punts  $A(3, -1, -2), B(1, 1, -2), C(-1, 3, 0)$

Solució:

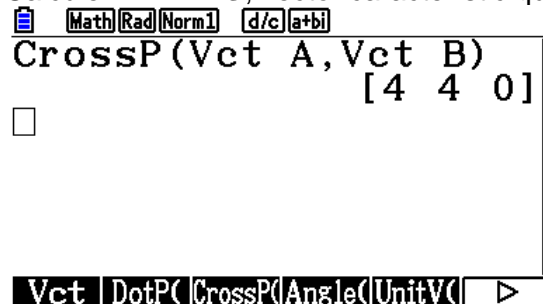
Determineu el plànel que passa pels punts A, B, C:

Obrim el Menú Ejec-Mat:

Definim els vectors  $\overrightarrow{AB} = (-2, 2, 0), \overrightarrow{AC} = (-4, 4, 2)$



Calculem  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ , vector característic que passa pels punts A, B, C.



El plànel que passa per A, B, C té equació:

$$\pi_{ABC} \equiv x + y + D = 0$$

El punt  $A(3, -1, -2)$  pertany al plànel.

$$\text{Aleshores, } 3 - 1 + D = 0$$

$$D = -2$$

$$\pi_{ABC} \equiv x + y - 2 = 0$$

Per determinar el centre d'una de les esferes que passen pels punts A, B, C determinarem els plànols mediadors dels segments  $\overline{AB}, \overline{AC}$  i calcularem la intersecció d'aquests dos plànols i del plànel que passa per A, B, C.

El punt mig  $C_1$  del segment  $\overline{AB}$  té coordenades:

$$C_1(2, 0, -2)$$

El vector característic del plànel mediador del segment  $\overline{AB}$  és  $\overrightarrow{AB} = (-2, 2, 0)$

La seua equació és:

$$\pi_1 \equiv -x + y + E = 0$$

El punt  $C_1(2, 0, -2)$  pertany al plànel

$$-2 + 0 + E = 0$$

$$E = 2$$

$$\pi_1 \equiv -x + y + 2 = 0$$

El punt mig  $B_1$  del segment  $\overline{AC}$  té coordenades:

$$B_1(1, 1, -1)$$

El vector característic del plànel mediador del segment  $\overline{AC}$  és  $\overline{AC} = (-4, 4, 2)$

La seua equació és:

$$\pi_2 \equiv -2x + 2y + z + F = 0$$

El punt  $B_1(1, 1, -1)$  pertany al plànel

$$-2 + 2 - 1 + F = 0$$

$$F = 1$$

$$\pi_2 \equiv -2x + 2y + z + 1 = 0$$

El centre és la intersecció dels tres plànol.:

Obrim el *Menú Ecuación*:

Resolem el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ -x + y = -2 \\ -2x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

Left screenshot:  $aX+bY+cZ=d_n$  with coefficients: a=1, b=1, c=1, d=2; a=-1, b=1, c=0, d=-2; a=-2, b=2, c=1, d=-1. Buttons: SOLVE, DELETE, CLEAR, EDIT.

Right screenshot:  $aX+bY+cZ=d_n$  with coefficients: a=1, b=1, c=1, d=2; a=-1, b=1, c=0, d=-2; a=-2, b=2, c=1, d=-1. Buttons: REPEAT.

Les coordenades del centre són:

$$O(2, 0, 3)$$

El radi de la circumferència que passa pels punts A, B, C és:

$$r = \sqrt{(3-2)^2 + (-1-0)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{27}$$

L'equació de la circumferència és igual a la intersecció del plànel  $\pi_{ABC} \equiv x + y - 2 = 0$

i l'esfera de centre  $O(2, 0, 3)$  i radi  $r = \sqrt{27}$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ (x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 27 \end{cases}$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem les equacions del plànel  $\pi_{ABC} \equiv x + y - 2 = 0$  i l'esfera

$$(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 27$$

Left screenshot:  $aX+bY+cZ+d=0$  with coefficients: a=1, b=1, c=0, d=-2. Buttons: EXPRESS, VECTOR, POINTS, EDIT, SET.

Right screenshot:  $(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$  with coefficients: a=2, b=0, c=3, r=5.1961. Buttons: FACTOR, EXPAND, EDIT, SET.

