Determineu la posició relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = -\frac{7}{2} + 3\alpha \\ z = -2 + \alpha \end{cases}$ i l'esfera

$E \equiv x^2 + y^2 + z^2 + x - 4y - 3z + \dfrac{1}{2} = 0$

Solució:

Completant quadrats l'equació de l'esfera és:

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = 6$$

El centre de l'esfera és el punt $O\left(-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}\right)$ el radi és $r = \sqrt{6}$

Calculem la projecció del centre O sobre la recta r.

Considerem el plànol perpendicular a la recta r que passa per $O\left(-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}\right)$ i vector característic el director de la recta $v = (-2, 3, 1)$

La seua equació és:

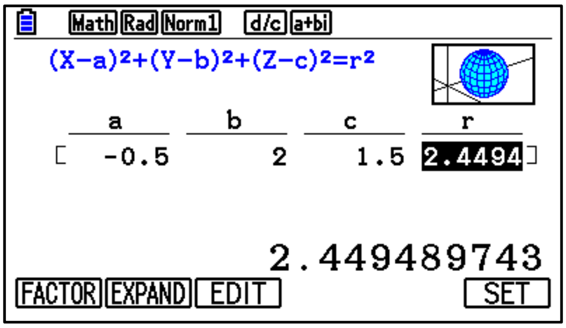
$$\Pi \equiv -2\left(x + \frac{1}{2}\right) + 3(y-2) + \left(z - \frac{3}{2}\right) = 0$$

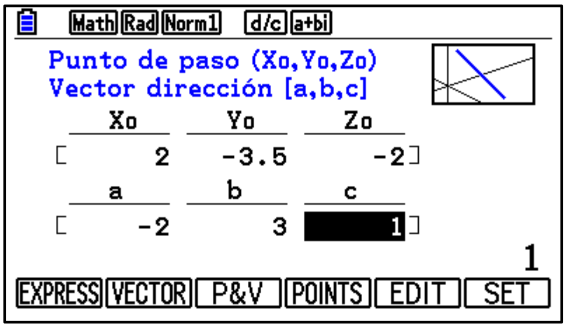
Simplificant:

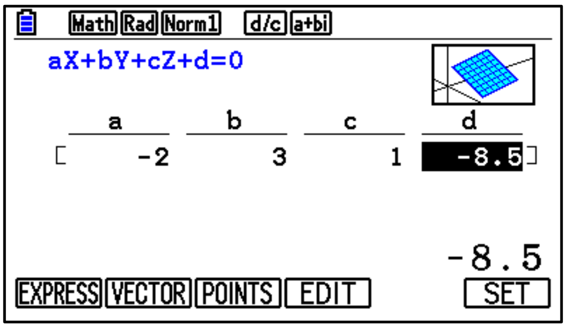
$$\Pi \equiv -2x + 3y + z - \frac{17}{2} = 0$$

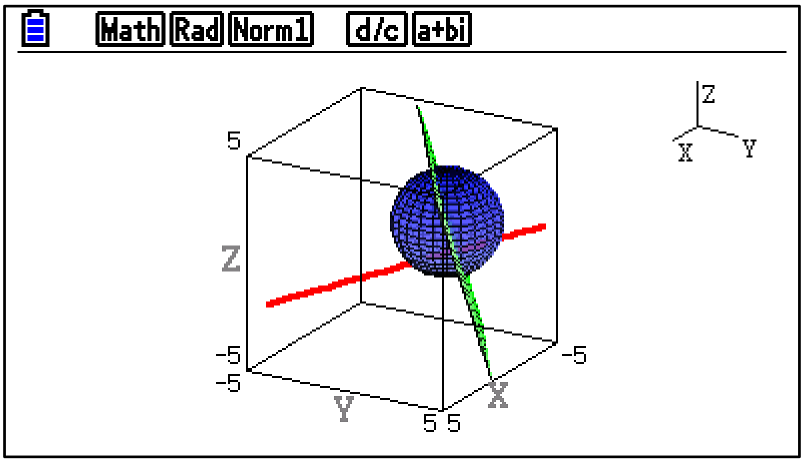
Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem l'esfera la recta i el plànol

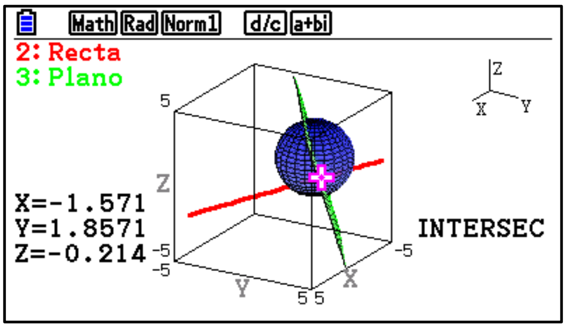






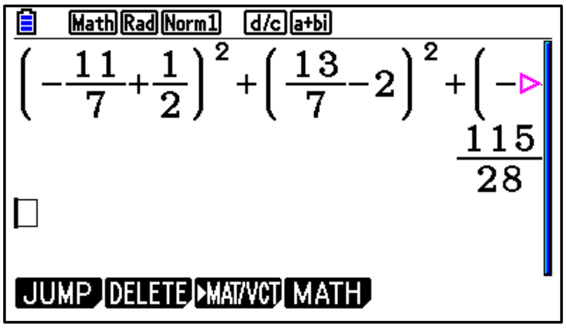


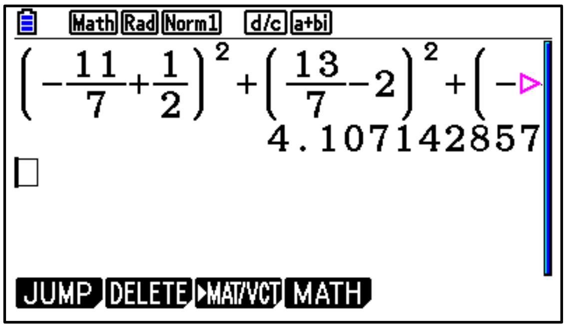
Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta i el plànol (punt projecció)



El punt projecció té coordenades $P\left(\frac{-11}{7},\frac{13}{7},\frac{-3}{14}\right)$
Calculem el quadrat de la distància entre el centre O i la projecció P.

$$(d(OP))^2 = \left(-\frac{11}{7}+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{7}-2\right)^2 + +\left(-\frac{3}{14}-\frac{3}{2}\right)^2$$





Aleshores, la recta talla l'esfera ja que $(d(OP))^2 < r^2 = 6$