

Determineu la posició relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 2\alpha \\ y = -\frac{7}{2} + 3\alpha \\ z = -2 + \alpha \end{cases}$ i l'esfera

$$E \equiv x^2 + y^2 + z^2 + x - 4y - 3z + \frac{1}{2} = 0$$

Solució:

Completant quadrats l'equació de l'esfera és:

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = 6$$

El centre de l'esfera és el punt $O\left(-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}\right)$ el radi és $r = \sqrt{6}$

Calculem la projecció del centre O sobre la recta r.

Considerem el plànel perpendicular a la recta r que passa per $O\left(-\frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}\right)$ i vector característic el director de la recta $v = (-2, 3, 1)$

La seua equació és:

$$\Pi \equiv -2\left(x + \frac{1}{2}\right) + 3(y - 2) + \left(z - \frac{3}{2}\right) = 0$$

Simplificant:

$$\Pi \equiv -2x + 3y + z - \frac{17}{2} = 0$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem l'esfera la recta i el plànel

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$

a	b	c	r
-0.5	2	1.5	2.4494

2.449489743

FACTOR EXPAND EDIT SET

Math Rad Norm1 d/c a+bi

Punto de paso (X_0, Y_0, Z_0)
Vector dirección $[a, b, c]$

X_0	Y_0	Z_0
2	-3.5	-2
a	b	c
-2	3	1

1

EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET

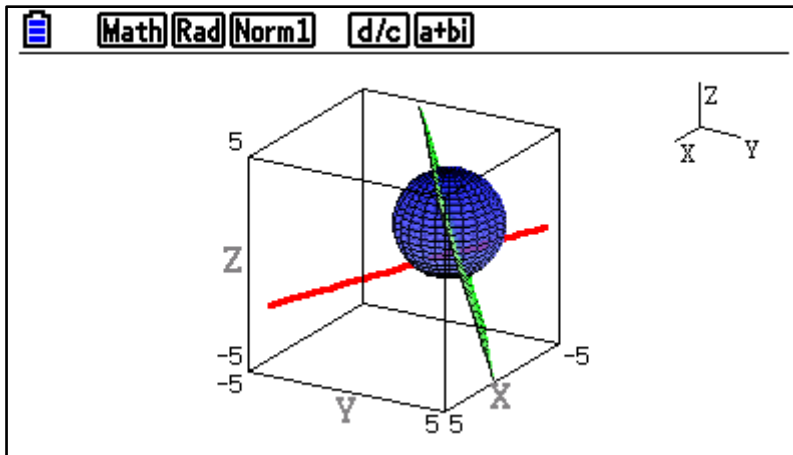
Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX+bY+cZ+d=0$

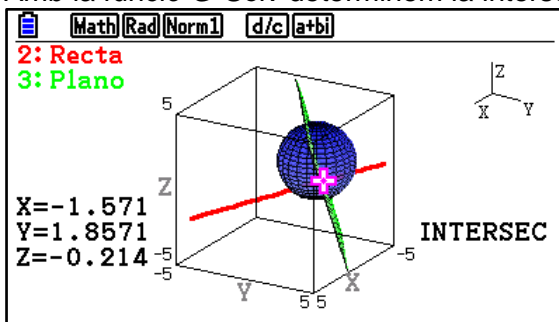
a	b	c	d
-2	3	1	-8.5

-8.5

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET



Amb la funció G-Solv determinem la intersecció de la recta i el plànel (punt projecció)



El punt projecció té coordenades $P\left(\frac{-11}{7}, \frac{13}{7}, \frac{-3}{14}\right)$

Calculem el quadrat de la distància entre el centre O i la projecció P.

$$(d(OP))^2 = \left(-\frac{11}{7} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{7} - 2\right)^2 + \left(-\frac{3}{14} - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\left(-\frac{11}{7} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{7} - 2\right)^2 + \left(-\frac{3}{14} - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{115}{28}$$

$$\left(-\frac{11}{7} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{7} - 2\right)^2 + \left(-\frac{3}{14} - \frac{3}{2}\right)^2 = 4.107142857$$

Aleshores, la recta talla l'esfera ja que $(d(OP))^2 < r^2 = 6$