

Pels punts intersecció de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = -11 + 5t \\ z = 9 - 4t \end{cases}$  i de l'esfera d'equació

$E \equiv (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 49$  s'han traçat plànol tangents determineu les seues equacions.

Solució:

El centre de l'esfera és  $O(-2, 1, -5)$  i e radi  $R = 7$

Determinem els punts intersecció de la recta i l'esfera.

Un punt qualsevol de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = -11 + 5t \\ z = 9 - 4t \end{cases}$  és  $P(5 + 3t, -11 + 5t, 9 - 4t)$

Substituïm les seues coordenades en l'equació de l'esfera:

$$(-3 + 3t)^2 + (-12 + 5t)^2 + (14 - 4t)^2 = 49$$

Simplificant:

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

Resolent l'equació:

$$t = 2, 3$$

Les coordenades dels punts intersecció són:

$$P_1(1, -1, 1), P_2(4, 4, -3)$$

Els vector del plànol característic del plànol tangent a l'esfera en el punt  $P_1(1, -1, 1)$  és:

$$\overrightarrow{OP_1} = (3, -2, 6)$$

L'equació del plànol és:

$$\pi_1 \equiv 3(x - 1) - 2(y + 1) + 6(z - 1) = 0$$

Simplificant:

$$\pi_1 \equiv 3x - 2y + 6z - 11 = 0$$

Els vector del plànol característic del plànol tangent a l'esfera en el punt  $P_2(4, 4, -3)$  és:

$$\overrightarrow{OP_2} = (6, 3, 2)$$

L'equació del plànol és:

$$\pi_2 \equiv 6(x - 4) + 3(y - 4) + 2(z + 3) = 0$$

Simplificant:

$$\pi_2 \equiv 6x + 3y + 2z - 30 = 0$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*.

Definim les equacions de l'esfera, la recta i el plànol  $\pi_1 \equiv 3x - 2y + 6z - 11 = 0$

|   |     |    |   |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |
|---|-----|----|---|---|----|---|----|---|---|----|----|----|----|-----|---|---|---|---|---|---|----|
| <p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p><math>(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2</math></p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>r</td> </tr> <tr> <td>-2</td> <td>1</td> <td>-5</td> <td>7</td> </tr> </table> <p>7</p> <p>FACTOR EXPAND EDIT SET</p> | a   | b  | c | r | -2 | 1 | -5 | 7 | <p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>Punto de paso (Xo,Yo,Zo)</p> <p>Vector dirección [a,b,c]</p> <table border="1"> <tr> <td>Xo</td> <td>Yo</td> <td>Zo</td> </tr> <tr> <td>-5</td> <td>-11</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>-4</td> </tr> </table> <p>-4</p> <p>EXPRESS VECTOR P&amp;V POINTS EDIT SET</p> | Xo | Yo | Zo | -5 | -11 | 9 | a | b | c | 3 | 5 | -4 |
| a   | b   | c  | r |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |
| -2  | 1   | -5 | 7 |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |
| Xo  | Yo  | Zo |   |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |
| -5  | -11 | 9  |   |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |
| a   | b   | c  |   |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |
| 3   | 5   | -4 |   |   |    |   |    |   |   |    |    |    |    |     |   |   |   |   |   |   |    |

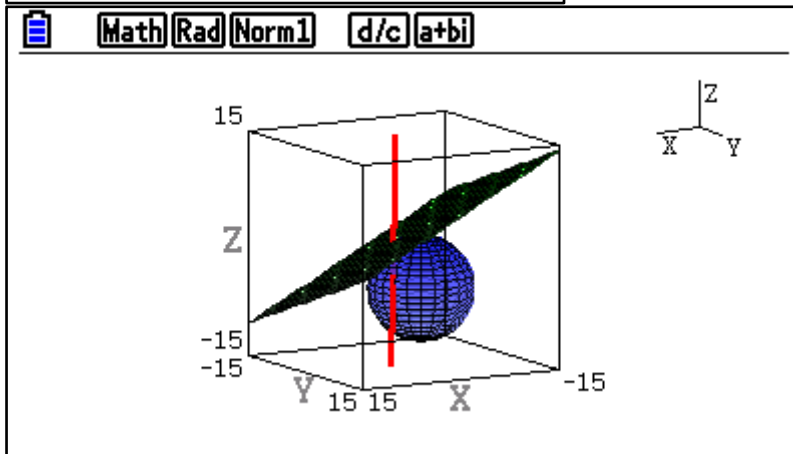
Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX+bY+cZ+d=0$

| a | b  | c | d   |
|---|----|---|-----|
| 3 | -2 | 6 | -11 |

-11

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET



Definim les equacions de l'esfera, la recta i el plànel  $\pi_2 \equiv 6x + 3y + 2z - 30 = 0$

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX+bY+cZ+d=0$

| a | b | c | d   |
|---|---|---|-----|
| 6 | 3 | 2 | -30 |

6

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET

