

Siguen les esferes $E_1 \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 12y + 6z + 45 = 0$, $E_2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 = 81$

- Demostreu que les dues esferes són tangents.
- Determineu l'equació del plànel tangent a les dues esferes.

Solució:

a)

Completant quadrats:

$$E_1 \equiv (x - 2)^2 + (y - 6)^2 + (z + 3)^2 = -45 + 4 + 36 + 9 = 2^2$$

L'esfera té centre $O_1(2, 6, -3)$ i radi $R_1 = 2$

L'esfera $E_2 \equiv x^2 + y^2 + z^2 = 81$ té centre $O_2(0, 0, 0)$ i radi $R_2 = 9$

Calculem la distància entre els centres:

$$\overline{O_1O_2} = \sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2} = 7$$

Calculem la suma i la diferència dels radis:

$$R_1 + R_2 = 2 + 9 = 11, R_2 - R_1 = 9 - 2 = 7$$

Aleshores, $\overline{O_1O_2} = R_2 - R_1 = 7$

Les esferes són tangents interiors.

b)

Calculem $E_1 - E_2$

$\pi \equiv -4x - 12y + 6z + 36 = 0$, plànel tangent a les dues esferes.

Obrim el *Menú Gráfico 3D*.

Definim i representem les dues esferes i el plànel.

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$

a b c r

[2 6 -3 2]

2

FACTOR EXPAND EDIT SET

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$

a b c r

[0 0 0 9]

9

FACTOR EXPAND EDIT SET

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX+bY+cZ+d=0$

a b c d

[-4 -12 6 126]

126

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET

