

Un raig lluminós surt del punt $P(4, 5, -1)$ es reflecteix sobre un mirall pla π l'equació del qual és $\pi \equiv x + 3y - 2z - 7 = 0$.

El raig reflectit passa pel punt $Q(-7, 8, -9)$

Determineu les coordenades del punt d'incidència M.

Determineu l'equació de la recta d'incidència i de la recta de reflexió

Calculeu l'angle d'incidència.

Solució:

Notem que els punts P i Q pertanyen a la mateixa part del plànel ja que:

$$4 + 3 \cdot 5 - 1 - 7 > 0, -7 + 3 \cdot 8 - 2(-9) - 7 > 0$$

Calculem el punt simètric de Q respecte del plànel $\pi \equiv x + 3y - 2z - 7 = 0$.

La recta r perpendicular al plànel $\pi \equiv x + 3y - 2z - 7 = 0$ que passa pel punt

$Q(-7, 8, -9)$ té vector director el característic del plànel, $a = (1, 3, -2)$

La seua equació és:

$$r \equiv (x, y, z) = (-7, 8, -9) + \mu(1, 3, -2)$$

Un punt qualsevol de la recta r té coordenades:

$$T(-7 + \mu, 8 + 3\mu, -9 - 2\mu)$$

Calculem el punt projecció Q_0 determinant la intersecció de la recta i el plànel.

Substituint les coordenades del punt T en l'equació del plànel.

$$-7 + \mu + 3(8 + 3\mu) - 2(-9 - 2\mu) - 7 = 0$$

Resolent l'equació:

$$\mu = -2$$

El punt projecció té coordenades: $Q_0(-9, 2, -5)$

El punt simètric Q' compleix $\overrightarrow{QQ'} = 2 \cdot \overrightarrow{QQ_0}$

Siga $Q'(x, y, z)$

$$(x + u7, y - 8, z + 9) = 2(-2, -6, 4)$$

Resolent l'equació:

$$Q'(-11, -4, -1)$$

$$\overrightarrow{PQ'} = (-15, -9, 0)$$

La recta ('incidència) que passa pels punts P, Q' té vector directo $v = (5, 3, 0)$

La seua equació és

$$r_{PQ'} \equiv (x, y, z) = (5, 5, -1) + \gamma(5, -3, 0)$$

El punt d'incidència es determina amb la intersecció de la recta $r_{PQ'}$ i el plànel π

Obrim el *Menú Gràfico 3D*.

Definim i representem la recta $r_{PQ'}$ i el plànel π

Math Rad Norm1 d/c a+bi

$aX + bY + cZ + d = 0$

a	b	c	d
1	3	-2	-7

-7

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET

Math Rad Norm1 d/c a+bi

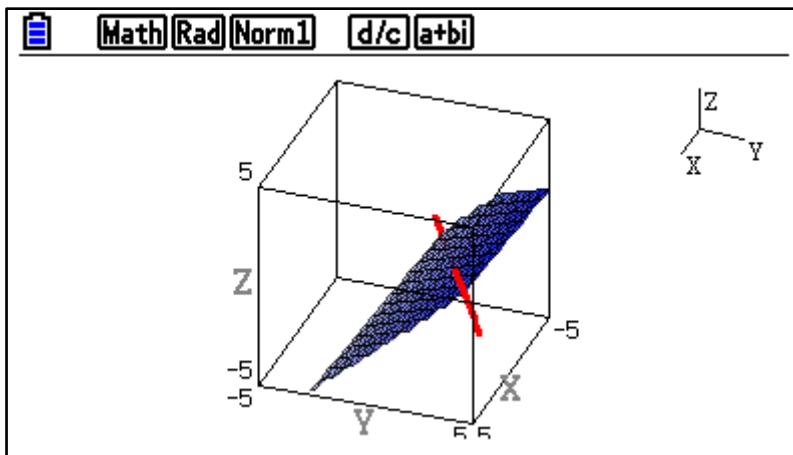
Punto de paso (X_0, Y_0, Z_0)
Vector dirección $[a, b, c]$

X_0	Y_0	Z_0
4	5	-1

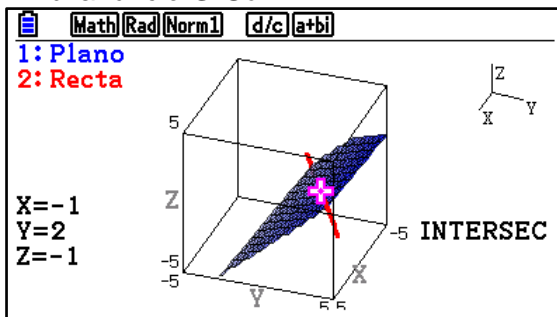
a	b	c
5	3	0

0

EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET



Amb la funció G-So/v determinem la intersecció (punt d'incidència):



Les coordenades del punt d'incidència són:
 $M(-1, 2, -1)$

$$\overrightarrow{MQ} = (-6, 6, 8)$$

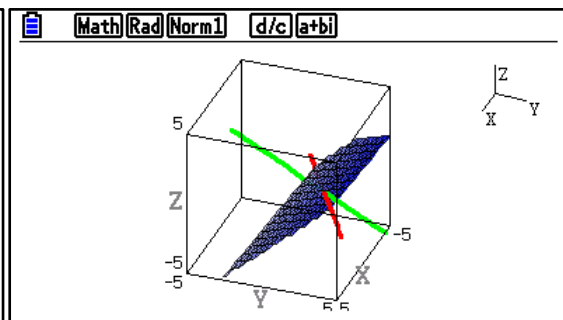
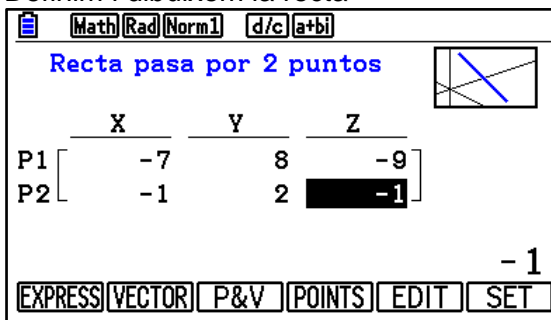
La recta de reflexió, és la recta que passa pels punts M, Q, que té vector director

$$w = (-3, 3, 4)$$

La seua equació és:

$$(x, y, z) = (-7, 8, -9) + \beta(-3, 3, 4)$$

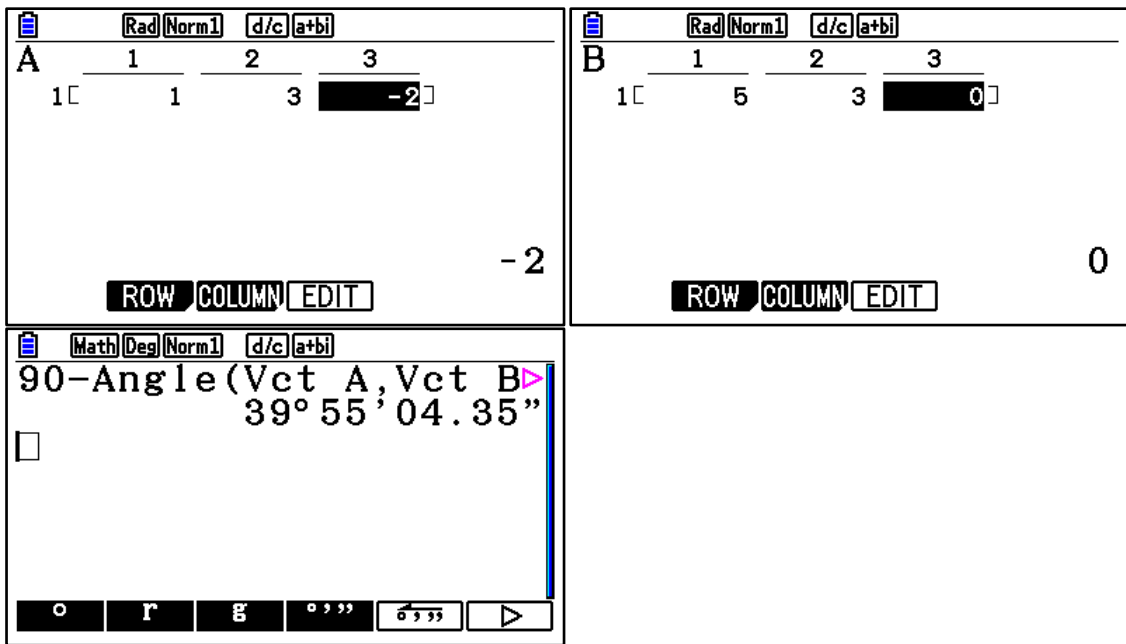
Definim i dibuixem la recta



L'angle d'incidència és l'angle complementari de l'angle que formen el vector característic del plànol $a = (1, 3, -2)$ i de la recta d'incidència $v = (5, 3, 0)$

Obrim el Menú Ejec-Mat.

Definim els vectors i calculem el complementari del seu angle.



L'angle d'incidència és $\alpha \approx 39^\circ 55'$

