

Demostreu que per la recta $r \equiv \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ només es pot traçar un plànol tangent a l'esfera $E \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 2z + 8 = 0$.
 Determineu la seua equació.

Solució:

Completant quadrats en l'equació de l'esfera:

$$E \equiv (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = -8 + 1 + 9 + 1 = 3$$

El centre de l'esfera és el punt $O(1, -3, -1)$ i el radi $R = \sqrt{3}$

Només es pot traçar un plànol tangent a l'esfera que continga la recta i la recta és tangent a l'esfera.

Un punt de la recta és $P(4, 1, 1)$ i el vector director $v_r = (4, 3, 1)$

Vegem que la distància del centre de l'esfera a la recta r és igual al radi $R = \sqrt{3}$.

El plànol perpendicular a la recta r que passa pel centre O té vector característic el vector director de la recta $v_r = (4, 3, 1)$

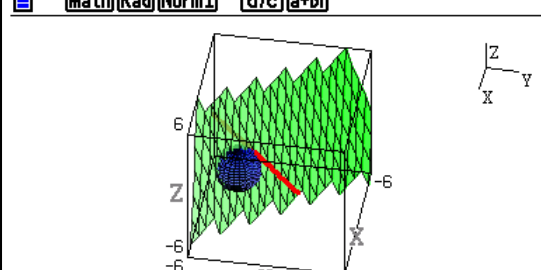
La seua equació és:

$$\pi \equiv 4(x - 1) + 3(y + 3) + (z + 1) = 0$$

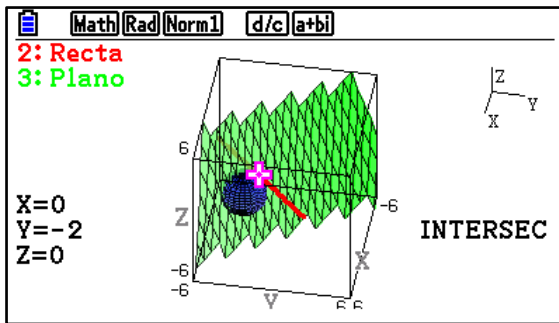
$$\pi \equiv 4x + 3y + z + 6 = 0$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem l'esfera, la recta i el plànol.

<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>$(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$</p> <p>$\frac{a}{1} \quad \frac{b}{-3} \quad \frac{c}{-1} \quad \frac{r}{1.732}$</p> <p>1.732050808</p> <p>FACTOR EXPAND EDIT SET</p>	<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>Punto de paso (X_0, Y_0, Z_0) Vector dirección $[a, b, c]$</p> <p>$\frac{X_0}{4} \quad \frac{Y_0}{1} \quad \frac{Z_0}{1}$</p> <p>$\frac{a}{4} \quad \frac{b}{3} \quad \frac{c}{1}$</p> <p>4</p> <p>EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET</p>
<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>$aX+bY+cZ+d=0$</p> <p>$\frac{a}{4} \quad \frac{b}{3} \quad \frac{c}{1} \quad \frac{d}{6}$</p> <p>6</p> <p>EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET</p>	<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> 

Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta i el plànel, punt projecció del centre $O(1, -3, -1)$ sobre la recta r



El punt projecció és $O'(0, -2, 0)$

Calculem la distància entre els punts O, O'

$$\overline{OO'} = (-1, 1, 1)$$

$$|\overline{OO'}| = \sqrt{3}$$

La recta r és tangent a l'esfera E aleshores, només es pot traçar un plànel tangent a l'esfera.

L'equació del plànel que cerquem té vector característic $\overline{OO'} = (-1, 1, 1)$ i passa pel punt $O'(0, -2, 0)$

La seua equació és $\omega \equiv -(x - 0) + (y + 2) + (z - 0) = 0$

Simplificant:

$$\omega \equiv -x + y + z + 2 = 0$$

Representem el plànel ω

