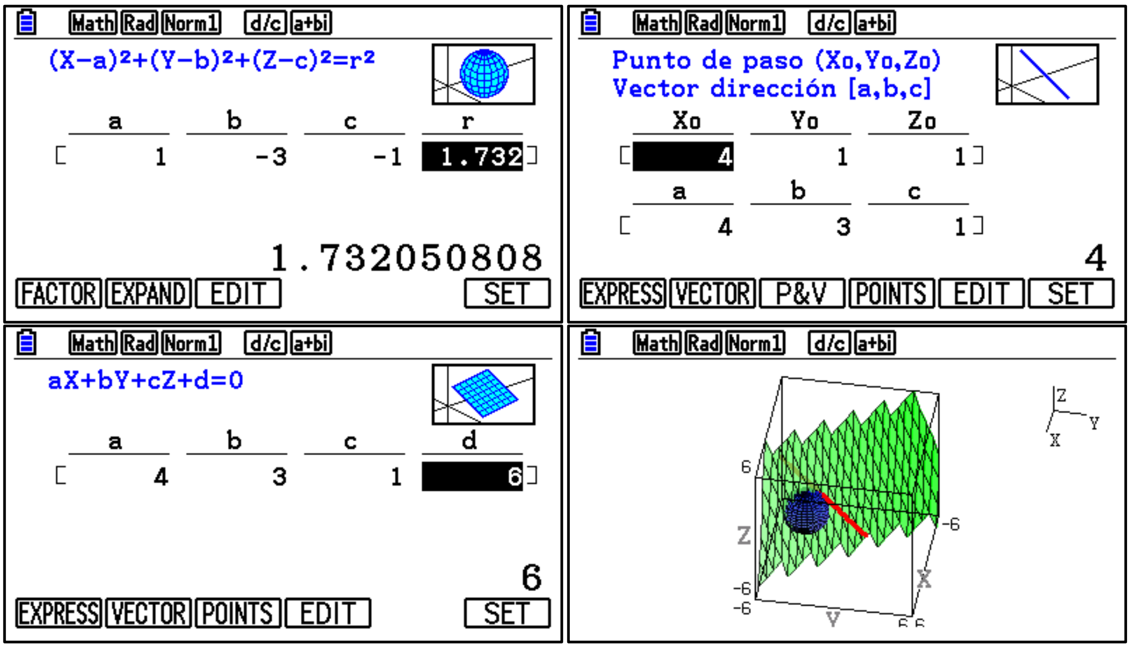
Demostreu que per la recta $r \equiv \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ només es pot traçar un plànol tangent a l'esfera $E \equiv x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 2z + 8 = 0$
Determineu la seua equació.

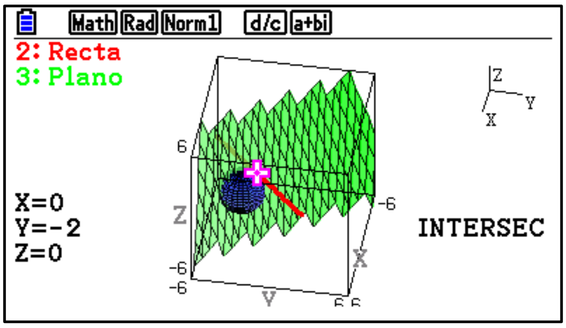
Solució:
Completant quadrats en l'equació de l'esfera:
$E \equiv (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = -8 + 1 + 9 + 1 = 3$
El centre de l'esfera és el punt $O(1,-3,-1)$ i el radi $R = \sqrt{3}$

Només es pot traçar un plànol tangent a l'esfera que continga la recta i la recta és tangent a l'esfera.
Un punt de la recta és $P(4,1,1)$ i el vector director $v_r = (4,3,1)$

Vegem que la distància del centre de l'esfera a la recta r és igual al radi $R = \sqrt{3}$.
El plànol perpendicular a la recta r que passa pel centre O té vector característic el vector director de la recta $v_r = (4,3,1)$
La seua equació és:
$\pi \equiv 4(x-1) + 3(y+3) + (z+1) = 0$
$\pi \equiv 4x + 3y + z + 6 = 0$
Obrim el *Menú Gráfico 3D*
Definim i representem l'esfera, la recta i el plànol.



Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta i el plànol, punt projecció del centre $O(1,-3,-1)$ sobre la recta r



El punt projecció és $O'(0,-2,0)$
Calculem la distància entre els punts O, O'
$\overrightarrow{OO'} = (-1,1,1)$
$\overline{OO'} = \sqrt{3}$
La recta r és tangent a l'esfera E aleshores, només es pot traçar un plànol tangent a l'esfera.
L'equació del plànol que cerquem té vector característic $\overrightarrow{OO'} = (-1,1,1)$ i passa pel punt $O'(0,-2,2)$
La seua equació és $\omega \equiv -(x-0)+(y+2)+(z-0)=0$
Simplificant:
$\omega \equiv -x+y+z+2=0$
Representem el plànol ω