Determineu l’equació de l’esfera de radi $\sqrt{6}$ tangent al plànol $\pi \equiv x + 2y - z + 1 = 0$ en el punt de coordenades $(1, 0, 2)$.

Solució:
El punt $P(1, 0, 2)$ pertany al plànol ja que $1 + 2 \cdot 0 - 2 + 1 = 0$.

El centre de l’esfera pertany al la recta perpendicular al plànol π que passa pel punt $P(1, 0, 2)$.
El vector director de la recta és el característic del plànol $a = (1, 2, -1)$
L’equació de la recta és:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 2\mu \\ z = 2 - \mu \end{cases}$$

Un punt qualsevol de la recta té coordenades:
$A(1 + \mu, 2\mu + 2 - \mu)$
$d(A, r) = \sqrt{6}$

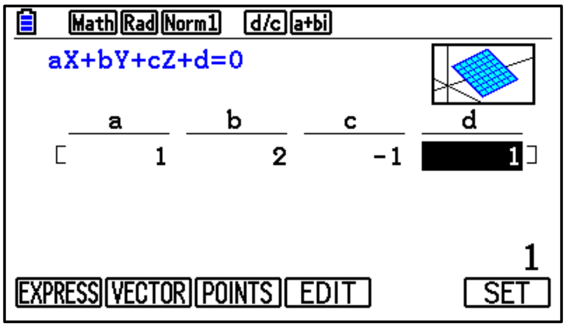
$$\left| \frac{1 + \mu + 2(2\mu) - (2 - \mu) + 2}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} \right| = \sqrt{6}$$

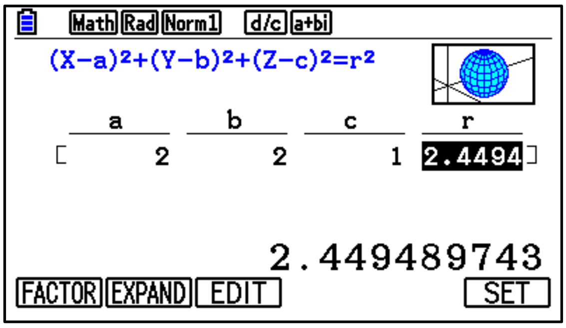
Simplificant:
$|6\mu| = 6$
Resolent l’equació:
$\mu = 1, -1$
El problema té dues solucions:

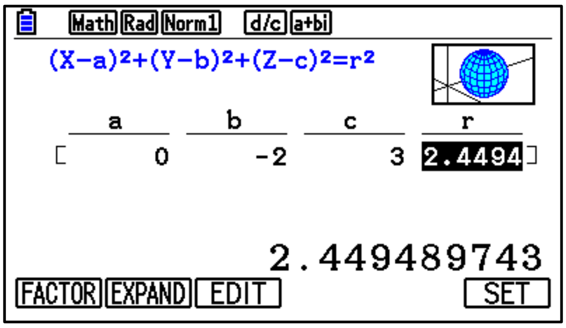
Si $\mu = 1$ el centre de l’esfera és el punt $O_1(2, 2, 1)$
L’equació de l’esfera és:
$E_1 \equiv (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$

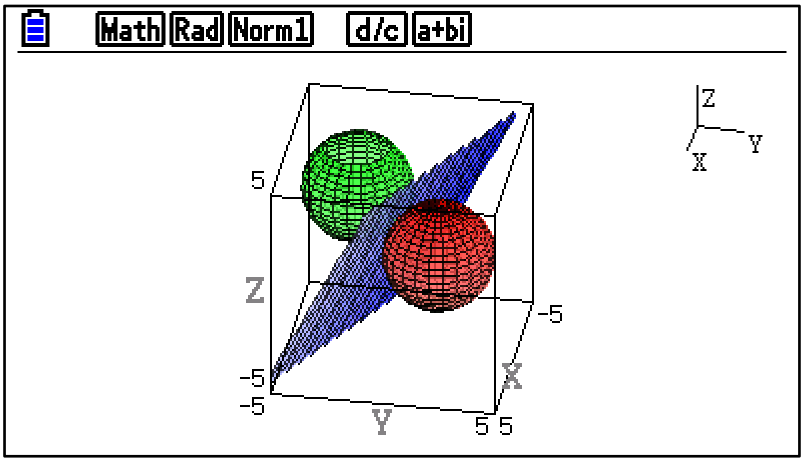
Si $\mu = -1$ el centre de l’esfera és el punt $O_2(0, -2, 3)$
L’equació de l’esfera és:
$E_2 \equiv (x - 0)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 6$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*
Definim i representem el plànol i les dues esferes.






Math Rad Norm1 d/c a+bi
(X−a)²+(Y−b)²+(Z−c)²=r²
a b c r
[0 -2 3 2.4494]
2.449489743
FACTOR EXPAND EDIT SET


Math Rad Norm1 d/c a+bi
Z
Y
X
5
Z
-5
-5
Y
5 5
X
-5