

De tots els cons inscrits en l'esfera de radi 10 cm determineu les dimensions d'aquell que té àrea lateral màxima.

Solució:

Siga O el centre de l'esfera.

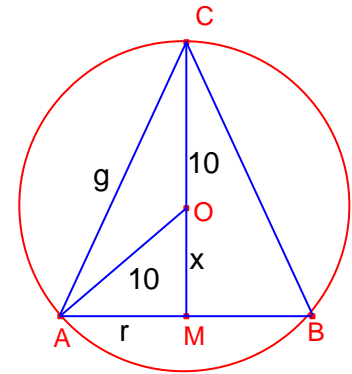
Siga $\overline{MA} = r$, radi del con.

Siga $\overline{AC} = g$, generatriu del con.

Siga $\overline{OM} = x$

L'àrea lateral del con és:

$$S = \pi r g$$



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle AMO$:
 $100 = r^2 + x^2$. Aleshores, $r^2 = 100 - x^2$

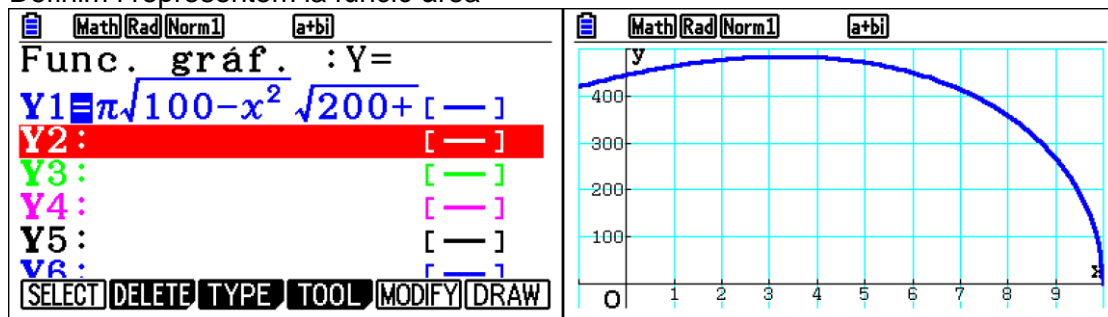
Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle AMC$:
 $g^2 = r^2 + (10 + x)^2$
 $g^2 = 100 - x^2 + (10 + x)^2$
 $g^2 = 200 + 20x$

Aleshores, l'àrea lateral és:

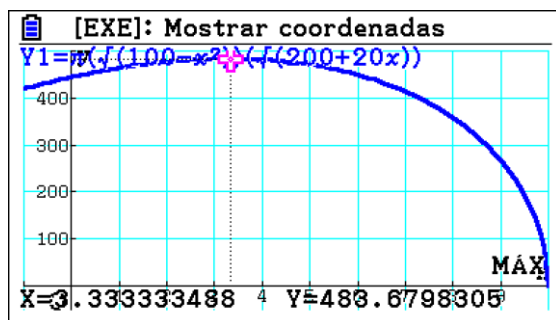
$$S(x) = \pi \sqrt{100 - x^2} \sqrt{200 + 20x}, \quad 0 \leq x \leq 10$$

Obrim el *Menú Gráfico*:

Definim i representem la funció àrea



Amb la funció *G-Solv* determinem el màxim de la funció:



El màxim s'assoleix quan $x = \frac{10}{3} \approx 3.33 \text{ cm}$

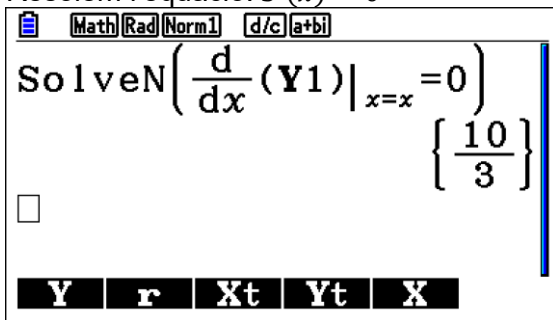
L'àrea lateral màxima del con és $S_{\text{màx}} \approx 483.68 \text{ cm}^2$

Les dimensions del con són:

El radi $\sqrt{100 - \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{20\sqrt{2}}{3}$ i l'altura $h = x + 10 = \frac{40}{3}$.

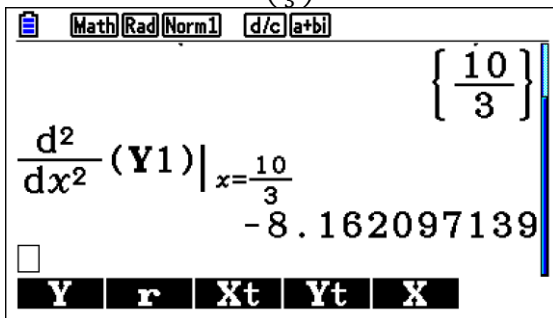
Obrim el *Menu Ejec-Mat*

Resolem l'equació: $S'(x) = 0$



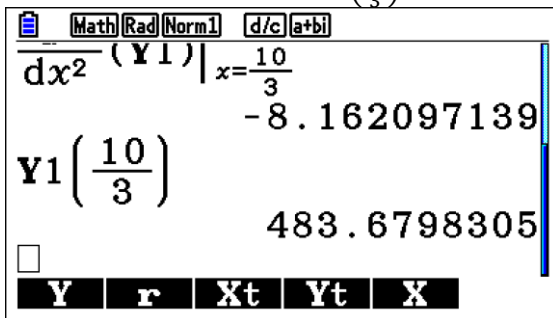
Calculator screen showing the solution of $S'(x) = 0$. The display shows the equation $\text{SolveN}\left(\frac{d}{dx}(\text{Y1})\bigg|_{x=x} = 0\right)$ and the result $\left\{\frac{10}{3}\right\}$. The calculator interface includes buttons for Math, Rad, Norm1, d/c, and a+bj. The bottom status bar shows Y, r, Xt, Yt, and X.

Comprovem que $S''\left(\frac{10}{3}\right) < 0$



Calculator screen showing the second derivative at $x = \frac{10}{3}$. The display shows the equation $\frac{d^2}{dx^2}(\text{Y1})\bigg|_{x=\frac{10}{3}}$ and the result -8.162097139 . The calculator interface includes buttons for Math, Rad, Norm1, d/c, and a+bj. The bottom status bar shows Y, r, Xt, Yt, and X.

Calculem l'àrea màxima $S\left(\frac{10}{3}\right)$



Calculator screen showing the maximum area $S\left(\frac{10}{3}\right)$. The display shows the second derivative $\frac{d^2}{dx^2}(\text{Y1})\bigg|_{x=\frac{10}{3}} = -8.162097139$ and the function value $\text{Y1}\left(\frac{10}{3}\right) = 483.6798305$. The calculator interface includes buttons for Math, Rad, Norm1, d/c, and a+bj. The bottom status bar shows Y, r, Xt, Yt, and X.

El màxim s'assoleix quan $x = \frac{10}{3} \approx 3.33 \text{ cm}$

L'àrea lateral màxima del con és $S_{\text{màx}} \approx 483.68 \text{ cm}^3$