

Donats els punts $A(2, 0, -1)$, $B(-2, 2, 1)$, proveu que el lloc geomètric dels punts P de l'espai que compleixen $\overline{PA} = \sqrt{2} \cdot \overline{PB}$ és una esfera E .

- Escriu l'equació reduïda de l'esfera E .
- Proveu que el punt $T(-10, 8, 7)$ pertany a l'esfera E .
- Determineu l'equació del plànel tangent a l'esfera E en el punt T .

Solució:

Siga $P(x, y, z)$ de l'espai que compleix $\overline{PA} = \sqrt{2} \cdot \overline{PB}$.

$$\sqrt{(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2}$$

Elevant al quadrat i simplificant:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 8y - 6z + 13 = 0$$

L'equació és una esfera.

a)

Completant quadrats:

$$E \equiv (x+6)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = -13 + 36 + 16 + 9$$

$$E \equiv (x+6)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 48$$

El centre de l'esfera és $O(-6, 4, 3)$ i el radi $r = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

b)

Provem que el punt $T(-10, 8, 7)$ satisfà l'equació de l'esfera.

$$(-10+6)^2 + (8-4)^2 + (7-3)^2 = 16 + 16 + 16 = 48$$

c)

$$\overrightarrow{OT} = (-4, 4, 4)$$

El vector característic del plànel tangent a l'esfera és $a = (-1, 1, 1)$

L'equació del plànel tangent a l'esfera E en el punt $T(-10, 8, 7)$ és:

$$-(x+10) + 1(y-8) + 1(z-7) = 0$$

Simplificant:

$$\pi \equiv -x + y + z - 25 = 0$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*

Definim i representem l'esfera E i el plànel π

