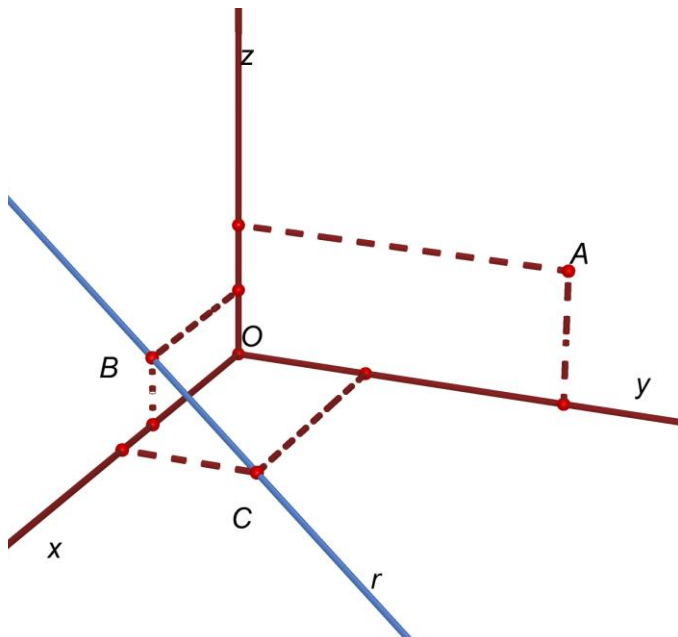


En la figura, estan representats tres punts i una recta en un sistema de referencia ortogonal O_{xyz}



El punt A té coordenades $A(0, 5, 2)$

El punt B pertany al pla xOz

El punt C pertany al pla xOy

La recta BC té equació vectorial $r \equiv (x, y, z) = (5, 4, -1) + \alpha(1, 2, -1)$

- Determineu les coordenades dels punts A i C.
- Proveu que el triangle $\triangle ABC$ és rectangle en $C = 90^\circ$
- Calculeu l'àrea del triangle $\triangle ABC$
- Determineu el pla que passa pels punts A, B, C.
- Considereu la esfera de centre A tal que la intersecció en el pla xOy és una circumferència de radi 3. Determineu l'equació de l'esfera.

Solució:

Obrim el *Menú Gráfico 3D*.

Definim i representem la recta $r \equiv (x, y, z) = (5, 4, -1) + \alpha(1, 2, -1)$ i els plans

$xOz \equiv y = 0, xOy \equiv z = 0$

Punto de paso (X_0, Y_0, Z_0)		
Vector dirección $[a, b, c]$		
X_0	Y_0	Z_0
[5]	[4]	[-1]
a	b	c
[1]	[2]	[-1]

- 1

EXPRESS VECTOR P&V POINTS EDIT SET

$aX+bY+cZ+d=0$			
a	b	c	d
[0]	[1]	[0]	[0]

0

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET

Math Rad Norm1 d/c a+bi

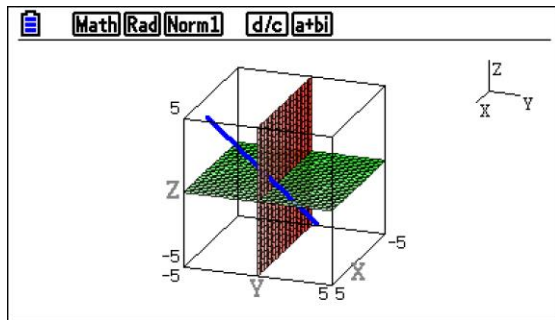
$aX+bY+cZ=d=0$

a b c d

[0 0 1 0]

0

EXPRESS VECTOR POINTS EDIT SET



Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta i cadascun dels dos plans.

Math Rad Norm1 d/c a+bi

1: Recta
2: Plano

X=3
Y=0
Z=1

INTERSEC

Next Back

Math Rad Norm1 d/c a+bi

1: Recta
3: Plano

X=4
Y=2
Z=0

INTERSEC

Next Back

Les coordenades dels punts són:
 $B(3, 0, 1), C(4, 2, 0)$

b)
Obrim el *Menú Ejec-Mat*.
Definim els vectors:

$\vec{CA} = (-4, 3, 2), \vec{CB} = (-1, -2, -1)$

Math Rad Norm1 d/c a+bi

A

1	2	3
-4	3	2

2

ROW COLUMN EDIT

Math Rad Norm1 d/c a+bi

B

1	2	3
-1	-2	1

1

ROW COLUMN EDIT

Vegem el producte escalar $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ és zero.

Math Rad Norm1 d/c a+bi

DotP(Vct A, Vct B)

0

Vct DotP(CrossP(Angle(UnitV(

Aleshores, els vectors són ortogonals, $C = 90^\circ$

c)

L'àrea del triangle rectangle és:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \|\vec{CA}\| \cdot \|\vec{CB}\|$$

Calculator screenshot showing the calculation of the area of a right-angled triangle. The expression $\frac{1}{2} \text{Norm}(\text{Vct } A) \times \text{Norm}(\text{Vct } B)$ is entered, resulting in the value $\frac{\sqrt{174}}{2}$.

L'àrea del triangle és:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{174}}{2}$$

d)

L'equació del plànel que passa pels punts A, B, C té equació vectorial.

$$\pi \equiv (x, y, z) = (0, 5, 2) + \alpha(-4, 3, 2) + \beta(8 - 1, -2, 1)$$

Té vector característic $\vec{CA} \times \vec{CB}$

Calculator screenshot showing the calculation of the characteristic vector. The expression $\frac{1}{2} \text{Norm}(\text{Vct } A) \times \text{Norm}(\text{Vct } B)$ is entered, resulting in the value $\frac{\sqrt{174}}{2}$. Below it, the expression $\text{CrossP}(\text{Vct } A, \text{Vct } B)$ is entered, resulting in the vector $[7 \ 2 \ 11]$.

El vector característic és $a = (7, 2, 11)$

L'equació del plànel és:

$$\pi \equiv 7x + 2(y - 5) + 11(z - 2) = 0$$

Simplificant:

$$\pi \equiv 7x + 2y + 11z - 21 = 0$$

e)

La distància del punt A al plànel $z = 0$ és 2.

El radi de la circumferència és 3.

El radi de l'esfera és igual a la hipotenusa del triangle rectangle de catets, 2, 3.

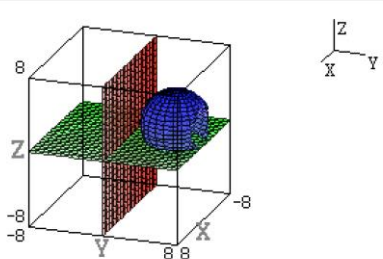
Aplicant el teorema de Pitàgores, el radi R de l'esfera és:

$$R = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

L'equació de l'esfera de centre $A(0, 5, 2)$ i radi $R = \sqrt{13}$ és:

$$E \equiv x^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 13$$

Definim i representem l'esfera.

<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> <p>$(X-a)^2+(Y-b)^2+(Z-c)^2=r^2$</p> <p>$\frac{a}{0} \quad \frac{b}{5} \quad \frac{c}{2} \quad \frac{r}{3.6055}$</p> <p>3.60551275</p> <p>FACTOR EXPAND EDIT SET</p>	<p>Math Rad Norm1 d/c a+bi</p> 
---	---