

En la figura estan representades dues funcions f i g amb domini $[0, 2\pi]$ definides per $f(x) = \sin(2x)$, $g(x) = \cos\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right)$

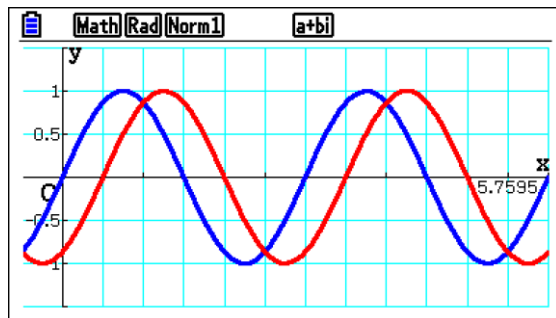
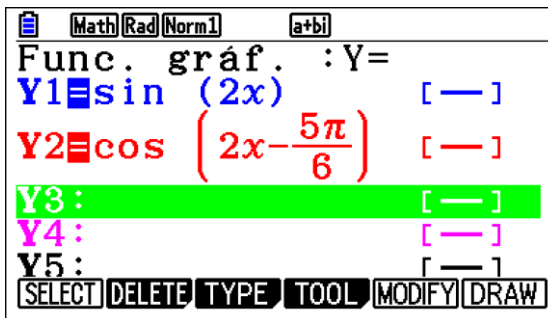
P_1, P_2, P_3, P_4 són els punts intersecció de les dues funcions.

- Determineu les coordenades del punt P_1
- Proveu que són perpendiculars les rectes tangents a les corbes f i g en el punt P_1
- Determineu les coordenades de P_2
- Calculeu l'àrea de la regió ombrejada.

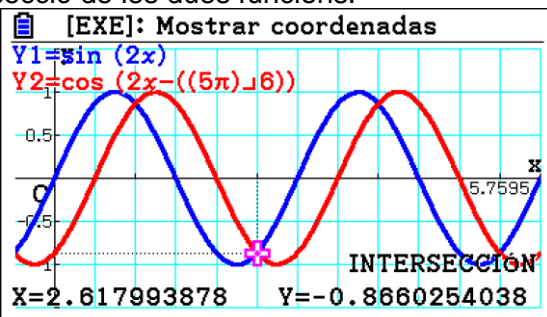
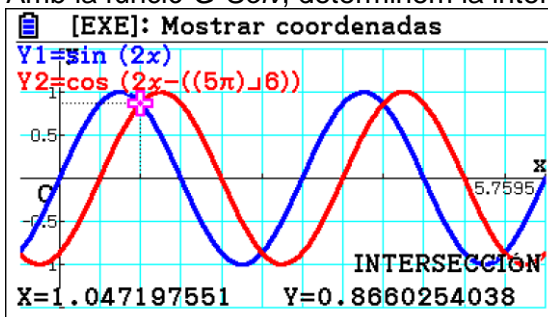
Solució:

Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim i representem les funcions f i g



Amb la funció *G-Solv*, determinem la intersecció de les dues funcions.



Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Resolem l'equació $f(x) = g(x)$

Math Rad Norm1 d/c | a+bi
SolveN(Y1=Y2)
{ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}$ }

Math Rad Norm1 d/c | a+bi
{ $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}$ }
Y1($\frac{\pi}{3}$)
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Les coordenades de P_1 són:

$$P_1\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

c)

Math Rad Norm1 d/c | a+bi
Y1($\frac{5\pi}{6}$)
 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Les coordenades de P_2 són:

$$P_2\left(\frac{\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

b)

Calculem

$$\frac{d}{dx}(Y1)\Big|_{x=\frac{\pi}{3}}, \frac{d}{dx}(Y2)\Big|_{x=\frac{\pi}{3}}$$

Math Rad Norm1 d/c | a+bi
 $\frac{d}{dx}(Y1)\Big|_{x=\frac{\pi}{3}}$
 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Math Rad Norm1 d/c | a+bi
 $\frac{d}{dx}(Y2)\Big|_{x=\frac{\pi}{3}}$
1

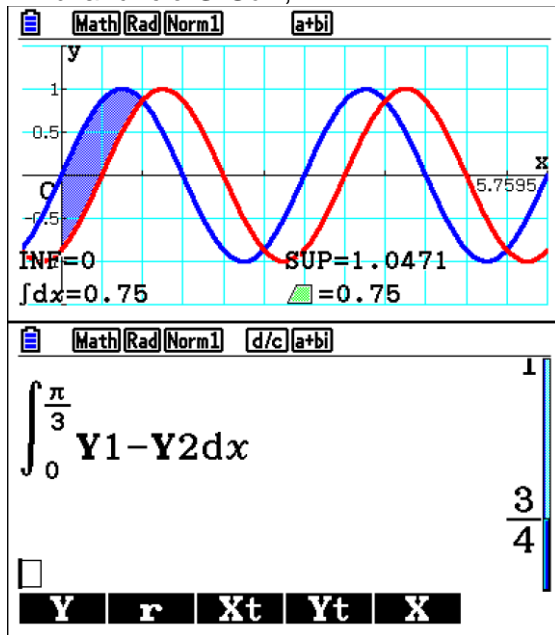
$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{g'\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

Aleshores, les dues tangents són perpendiculars.

d)

L'àrea ombrejada és $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) - g(x) dx$

Amb la funció G-Solv, calculem l'àrea:



L'àrea ombrejada és:

$$S = \frac{3}{4}$$