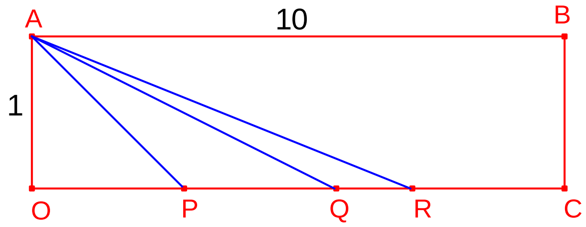
Considerem el rectangle OABC, tal que, $\overline{AB} = 10, \overline{OA} = 1$.
Els punts P, Q, R pertanyen a la recta $\overline{OC}$, essent, $\overline{OP} = p, \overline{OQ} = q, \overline{OR} = r$ tal que $0 < p < q < r < 10$



Siga $\theta_p = \angle APO, \theta_q = \angle AQO, \theta_r = \angle ARO$.

a) Determineu $\theta_p = \angle APO$ en funció de p

Considerem el cas $\theta_p = \theta_q + \theta_r, \overline{QR} = 1$

b) Proveu que $p = \frac{q^2+q-1}{2q+1}$

c) Dibuixeu el gràfic de la funció p en funció de q i amb el gràfic, determineu l'interval dels valors de p per als quals existeixen valors possibles de q.

Solució:

a)

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AOP}$:

$$\tan \theta_p = \frac{1}{p}$$

Aleshores,

$$p = \frac{1}{\tan \theta_p}$$

b)

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\overset{\Delta}{AOQ}, \overset{\Delta}{AOR}$:

$$\tan \theta_q = \frac{1}{q}, \tan \theta_r = \frac{1}{r} = \frac{1}{q+1}$$

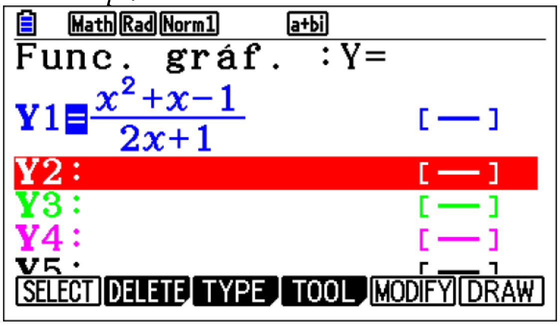
$$\tan(\theta_q + \theta_r) = \frac{\tan \theta_q + \tan \theta_r}{1 - \tan \theta_q \cdot \tan \theta_r}$$

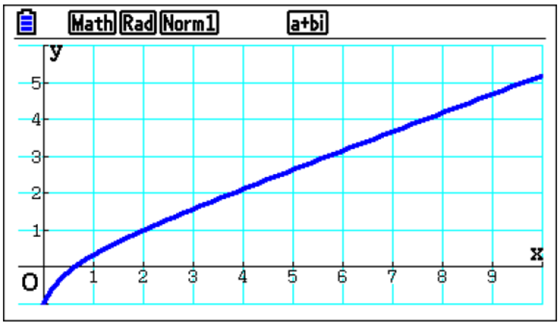
$$\frac{1}{p} = \tan \theta_p = \tan(\theta_q + \theta_r) = \frac{\frac{1}{q} + \frac{1}{q+1}}{1 - \frac{1}{q} \cdot \frac{1}{q+1}} = \frac{2q+1}{q^2+q-1}$$

Aleshores,

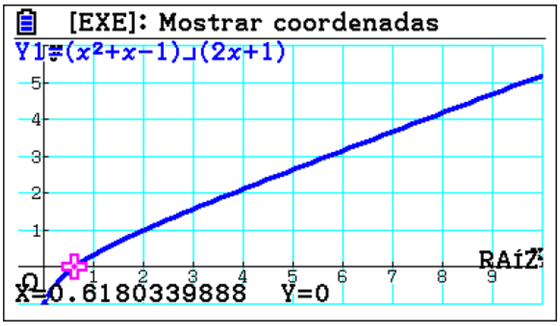
$$p = \frac{q^2+q-1}{2q+1}$$

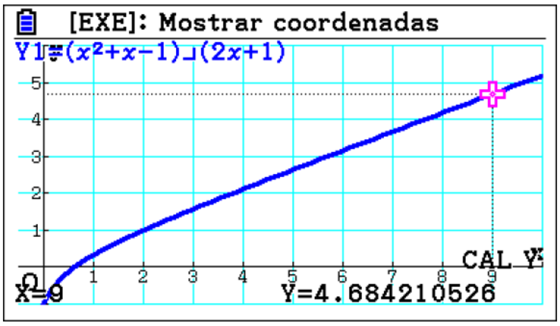
c)
Obrim el *Menú Gráfico*.
Definim i representem la funció
$p = \dfrac{q^2 + q - 1}{2q + 1}, q \leq 9$





La funció és creixent.
Amb la funció *G-Solv* calculem el punt de tall amb l'eix d'abscisses $p(9)$





$p \in]0, 4.68[$
$q \in]0.62, 9[$