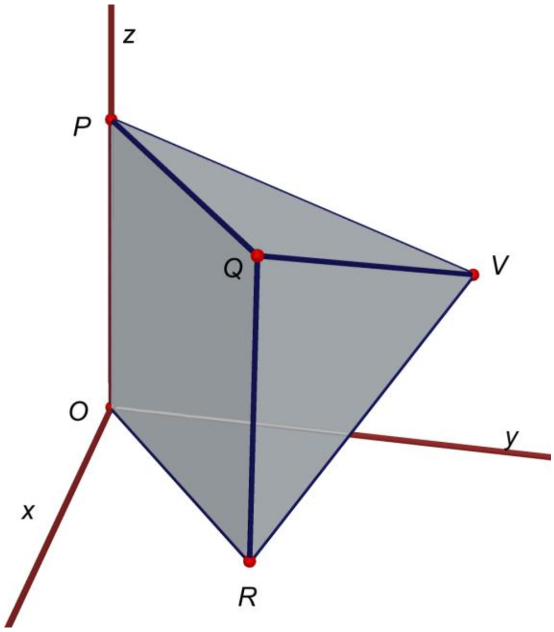
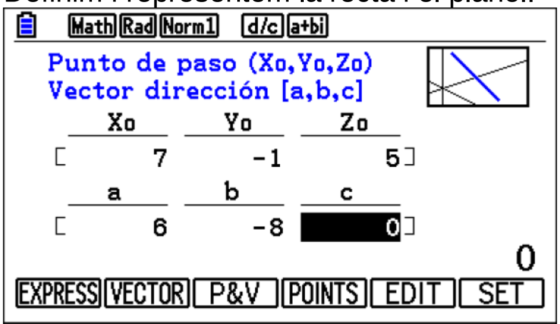
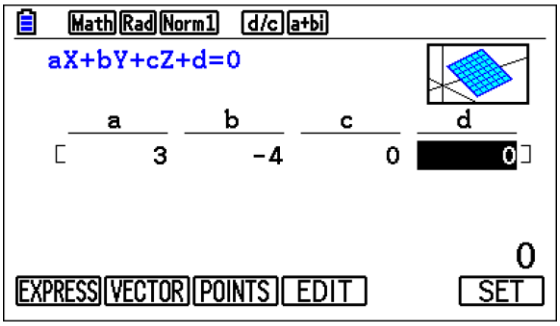
En la figura estat representat en el sistema de referència ortonormal O_{xyz} una piràmide quadrangular regular.
El vèrtex O és l'origen de sistema de referència.
El punt P pertany a l'eix Oz
El vèrtex R pertany al plànol xOy
El vèrtex V té coordenades $V(-2, 11, 5)$
L'equació de la recta altura de la piràmide és:
$(x, y, z) = (7, -1, 5) + (6, -8, 0)\alpha$

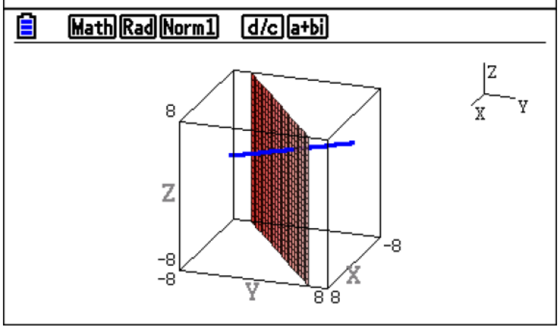
a) Determineu el plànol que conté la base $OPQR$.
b) Calculeu el centre de la base de la piràmide.
c) Calculeu el volum de la piràmide.
d) Calculeu les coordenades dels vèrtexs de la piràmide.
e) Calculeu l'àrea total de la piràmide.



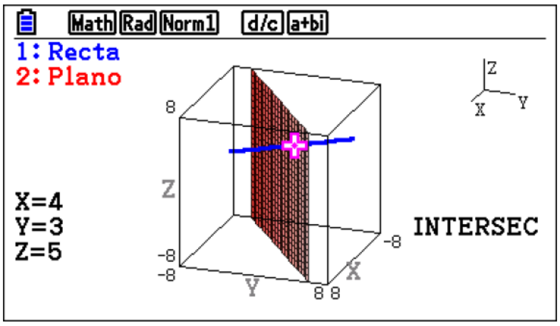
Solució:
a)
El plànol de la base té vector característic el vector director de la recta $v = (3, -4, 0)$
L'equació del plànol que conté la base passa pel punt $O(0, 0, 0)$, la seua equació és:
$3(x-0) + 4(y-0) + 0(z-0) = 0$
Simplificant:
$3x - 4y = 0$
b)
Calculem el centre de la base calculant la intersecció de la recta i el plànol.
Obrim el *Menú Gráfico 3D*.
Definim i representem la recta i el plànol.







Amb la funció *G-Solv* determinem la intersecció de la recta i el plànol.



El centre de la base té coordenades $M(4,3,5)$

c)

L'altura de la piràmide és:

$\overline{MV} = \|\overrightarrow{MV}\| = \|(-6,8,0)\| = 10$

$\overline{OM} = \|\overrightarrow{OM}\| = \|(4,3,5)\| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle i isòsceles $\overset{\Delta}{OMP}$

$\overline{OP}^2 = 2 \cdot \overline{OM}^2 = 100$

L'àrea de la base és $\overline{OP}^2 = 100$

El volum de la piràmide és:

$V_{OPQRV} = \frac{1}{3}10^2 \cdot 10 = \frac{1000}{3}$

d)

Q és el punt simètric de *O* respecte de *M*.

Les seues coordenades són:

$Q(8,6,10)$

$\overline{OP} = 10$

Les coordenades de P són:

$P(0,0,10)$

R és el punt simètric de *P* respecte de *M*.

Les seues coordenades són:

$R(8,6,0)$

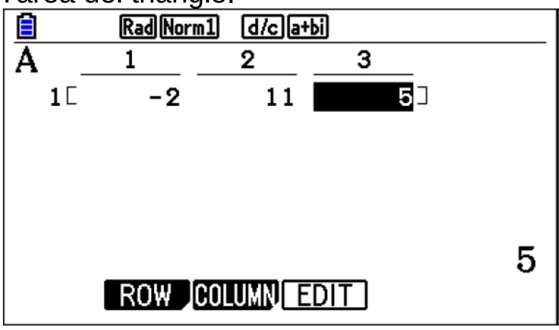
e)

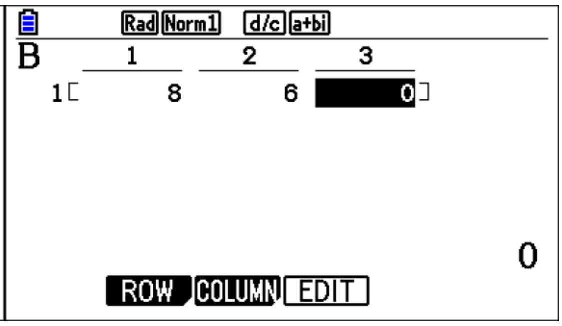
L'àrea del triangle $\overset{\Delta}{ORV}$ és:

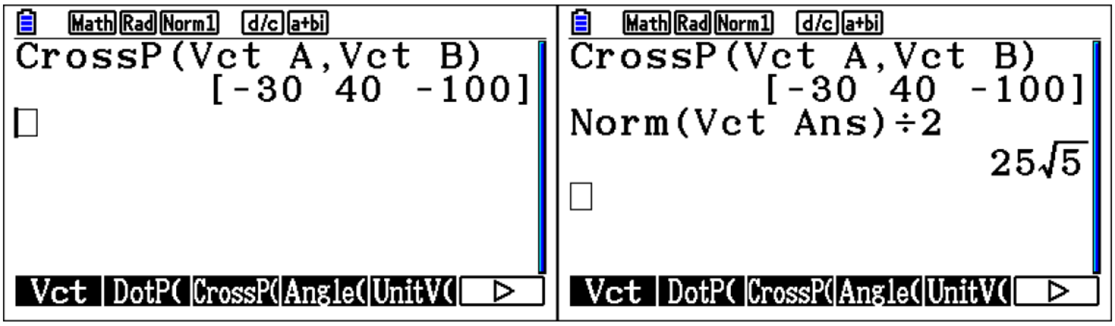
$S_{ORV} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OV} \times \overrightarrow{OR}\|$

Obrim el Menú Ejec-Mat

Definim els vectors $\overrightarrow{OV}, \overrightarrow{OR}$ i calculem el producte vectorial l'àrea del triangle.







Aleshores, $S_{ORV} = 25\sqrt{5}$

L'àrea total de la piràmide és igual a l'àrea del quadrat de la base més l'àrea de 4 triangles $\overset{\Delta}{ORV}$

$S_T = 100 + 100\sqrt{5}$