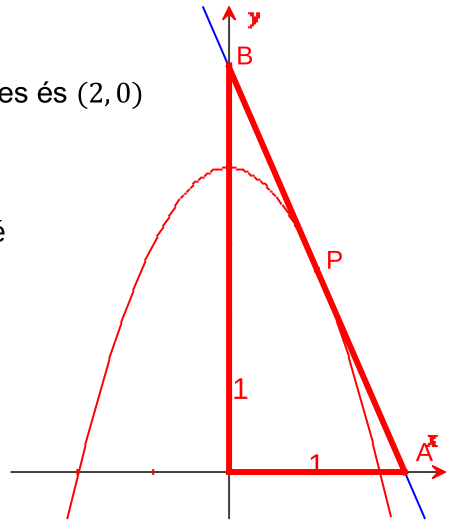
Considereu la paràbola d'equació $y = 4 - x^2$ en el primer quadrant.
Cadascuna de les rectes tangents a la paràbola delimita amb els eixos coordenats un triangle.
Determineu el punt de tangència tal que l'àrea del triangle siga mínima.

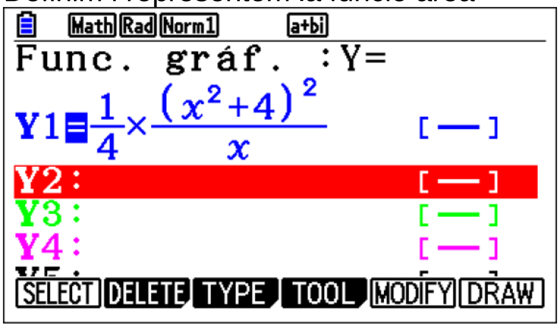


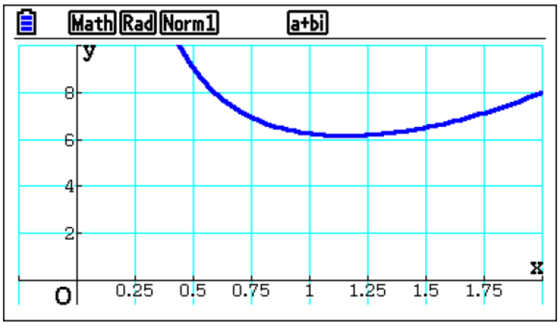
Solució:
Siga $f(x) = 4 - x^2$.
El punt de tall de la paràbola amb l'eix positiu de les abscisses és $(2, 0)$
Siga P el punt de la paràbola en el primer quadrant.
Les seues coordenades són $P(a, 4 - a^2)$, $0 \le a \le 2$.
$f'(x) = -2x$
L'equació de la recta tangent a la paràbola en $P(a, 4 - a^2)$ té equació:
$r_T \equiv y = -2a(x - a) + 4 - a^2$

Si $y = 0$
$o = -2a(x - a) + 4 - a^2$
Resolent l'equació:
$$x = \frac{a^2 + 4}{2a}$$
El punt de tal de la recta tangent i l'eix d'abscisses és:
$$A\left(\frac{a^2 + 4}{2a}, 0\right)$$

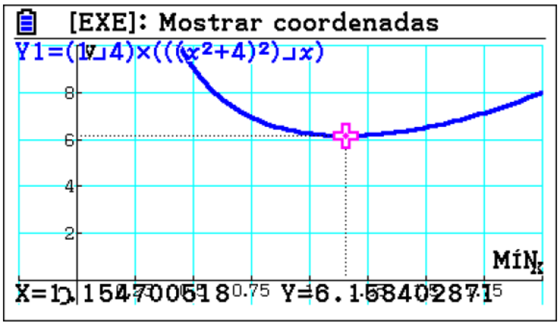
Si $x = 0$
$y = -2a(0 - a) + 4 - a^2$
Aleshores:
$y = a^2 + 4$
El punt de tal de la recta tangent i l'eix d'ordenades és:
$B(0, a^2 + 4)$
L'àrea del triangle format per la recta tangent en el primer quadrant és:
$$S(a) = \frac{1}{2}\frac{(a^2 + 4)^2}{2a}$$
$$S(a) = \frac{1}{4}\frac{(a^2 + 4)^2}{a}, \qquad 0 \le a \le 2$$

Obrim el *Menú Gráfico 3D*
Definim i representem la funció àrea



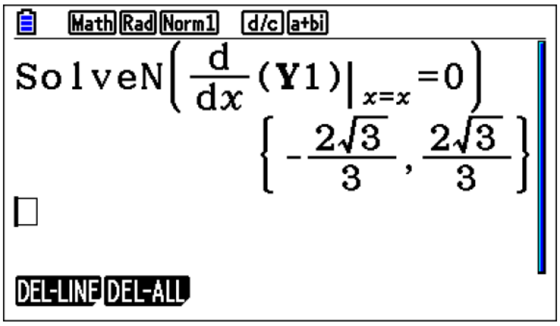


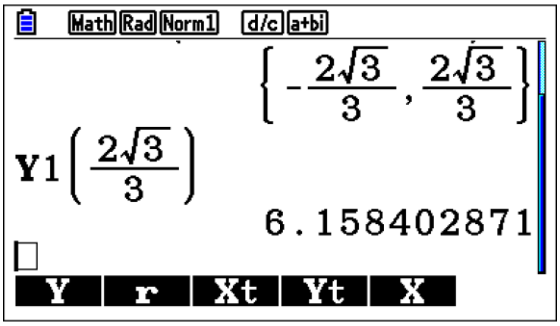
Amb la funció *G-Solv* determinem el mínim de la funció:



El mínim s'assoleix aproximadament quan $x \approx 1.1547$
L'àrea mínima és aproximadament $S_{Mín} \approx 6.1584$

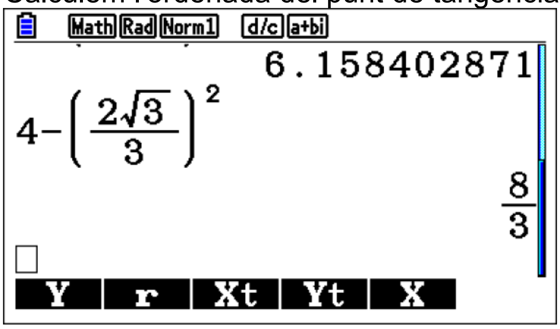
Obrim el *Menú Ejec-Mat*.
Resolem l'equació $S'(x) = 0$





El mínim s'assoleix quan $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
L'àrea mínima és aproximadament $S_{Mín} \approx 6.1584$

Calculem l'ordenada del punt de tangència:



El punt de tangència és:
$P\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{8}{3}\right)$