

Determineu les mesures del trapezi isòscele d'àrea mínima circumscribit a una circumferència de radi 1 m.

Solució:

Siga el trapezi $ABCD$ circumscribit a la circumferència de radi 1.

Siguen M, N, P, Q els punts de tangència.

Siga $a = \overline{BM} = \overline{BP} = \overline{AM} = \overline{AQ}$.

Siga $b = \overline{DN} = \overline{DQ} = \overline{CN} = \overline{CP}$

$\overline{MN} = 2$

L'àrea del trapezi és:

$$S(a, b) = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \overline{MN}$$

$$S(a, b) = \frac{2a + 2b}{2} \cdot 2 = 2(a + b)$$

Siga E la projecció de C sobre el costat \overline{AB} .

$\overline{CE} = 2, \overline{EB} = a - b, \overline{BC} = a + b$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle EBC$:

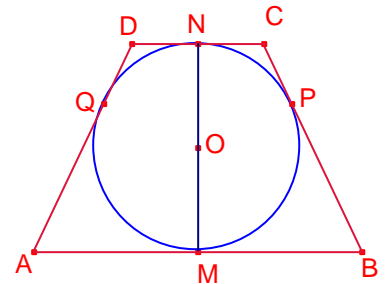
$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 2^2$. Simplificant:

$ab = 1$, aleshores,

$$b = \frac{1}{a}$$

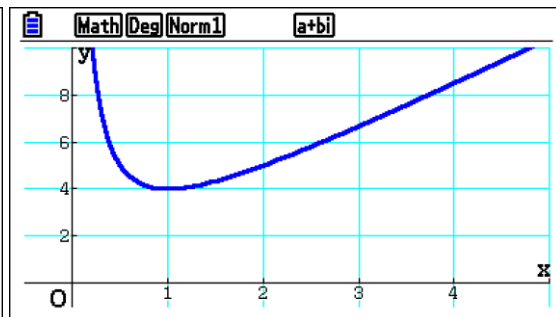
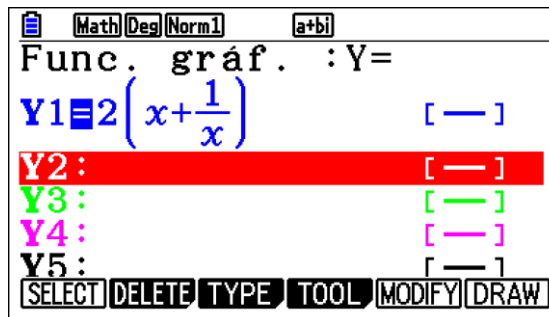
Substituint en l'expressió de l'àrea:

$$S(a) = 2\left(a + \frac{1}{a}\right), \quad a > 0$$

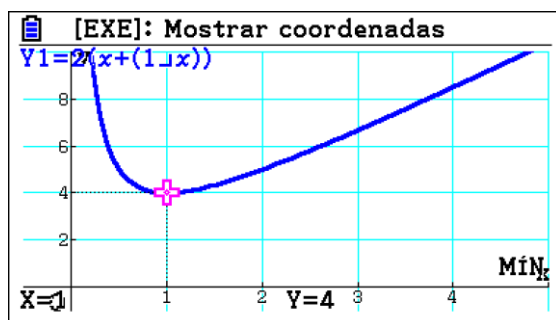


Obrim el *Menú Gráfico*.

Definim i representem la funció àrea.



Amb la funció G-Solv, determinem el mínim de la funció:

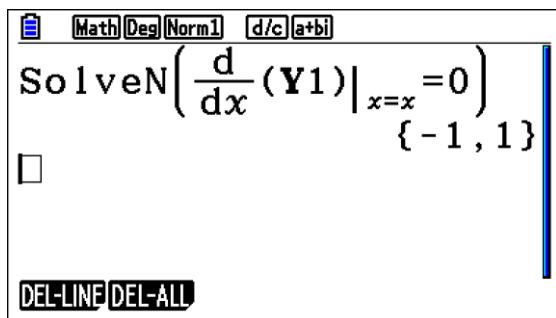


El mínim de la funció àrea s'assoleix quan $x = 1$ m.

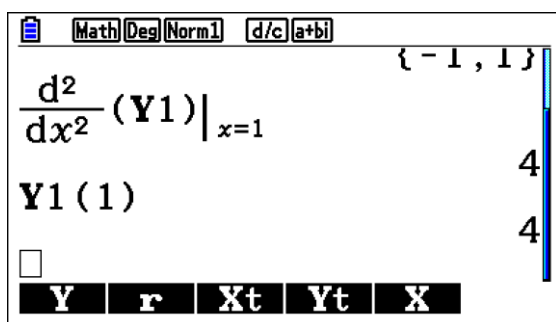
L'àrea mínim és $S(1) = 4$ m

Obrim el *Menú Ejec-Mat*

Resolem l'equació $\frac{d}{dx}(Y1)|_{x=x} = 0$



Calculem $\frac{d}{dx^2}(Y1)|_{x=1}$, $Y1(1)$



El mínim de la funció àrea s'assoleix quan $x = 1$ m.

L'àrea mínim és $S(1) = 4$ m