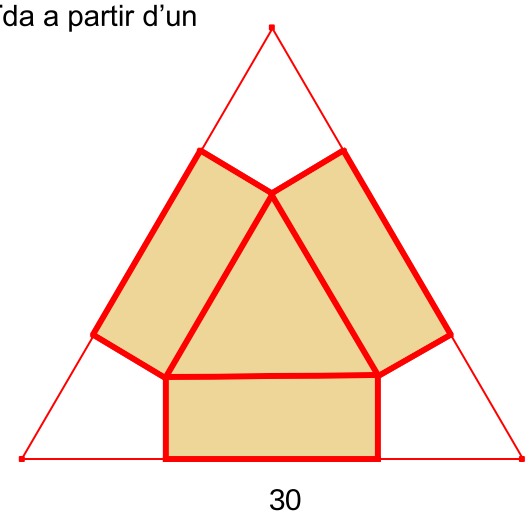
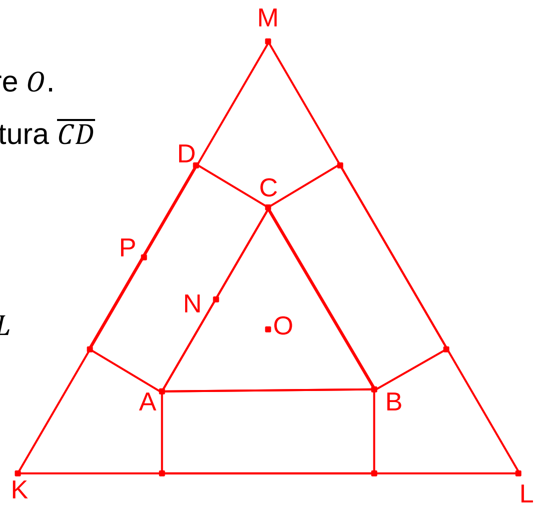
Determineu el volum màxim d'una caixa sense tapa construïda a partir d'un triangle equilàter de costat 30 cm.



Solució:

Siga $K\overset{\Delta}{L}M$ el triangle equilàter de costat $\overline{KL} = 30$ de centre O.

La caixa és un prisma regular triangular de base $A\overset{\Delta}{B}C$ i altura $\overline{CD}$



Siga $x = \overline{AC}$.
Siga P el punt mig del costat $\overline{KM}$
Siga N el punt mig del costat $\overline{AC}$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $K\overset{\Delta}{P}L$

$$\overline{PL} = \frac{\sqrt{3}}{2}30 = 15\sqrt{3}$$

Aplicant la propietat del baricentre:

$$\overline{PO} = \frac{1}{3}\overline{PL} = 5\sqrt{3}$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $A\overset{\Delta}{N}B$

$$\overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

Aplicant la propietat del baricentre:

$$\overline{NO} = \frac{1}{3}\overline{NB} = \frac{\sqrt{3}}{6}x$$

L'altura del prisma és:

$$\overline{CD} = \overline{PN} = \overline{PO} - \overline{NO} = \sqrt{3}\left(\frac{30 - x}{6}\right)$$

L'àrea de la base del prisma és:

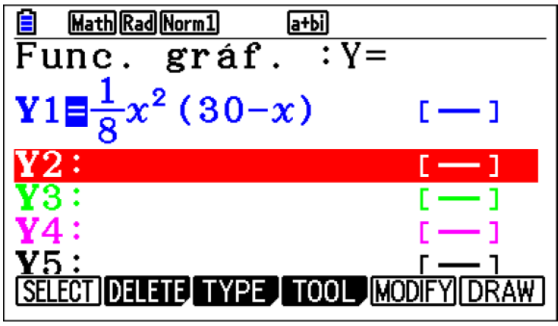
$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

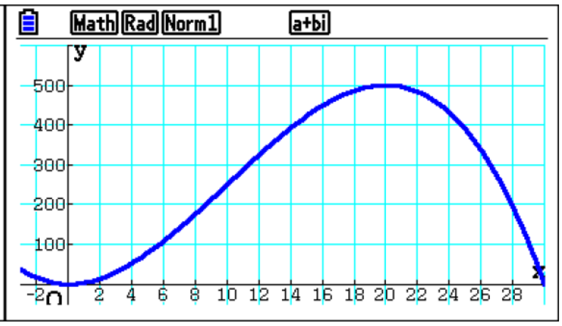
El volum del prisma és:

$$V = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2\sqrt{3}\left(\frac{30 - x}{6}\right)$$

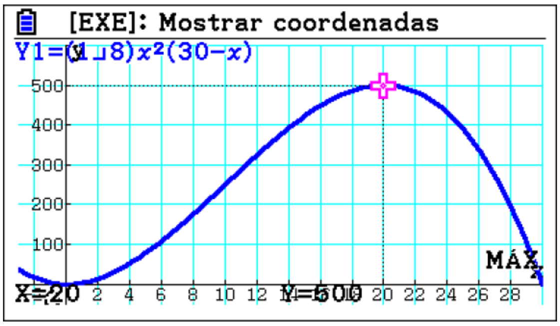
$$V = \frac{1}{8}x^2(30 - x), x \in [0, 30]$$

Obrim el *Menú Gráfico*.
Definim i representem la funció volum.





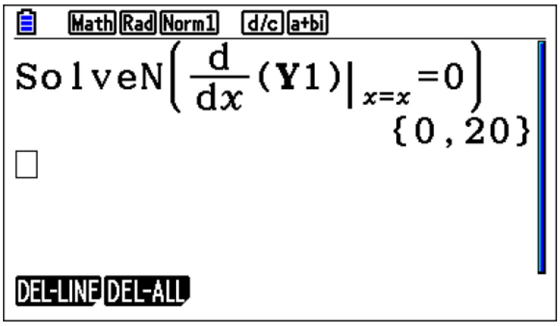
Amb la funció *G-Solv*, determinem el màxim de la funció volum.



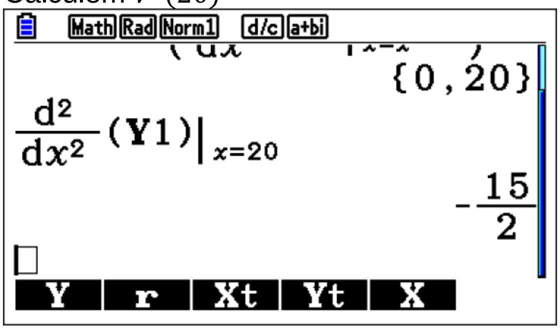
El volum màxim de la caixa s'assoleix quan $x = 20\ cm$ i el volum màxim és
$V_{màx} = 500\ cm^3$

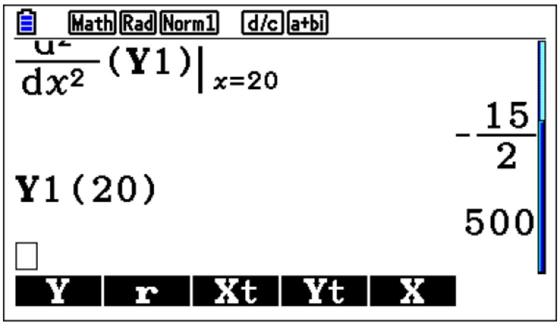
$$\overline{MD} = \frac{30-20}{2} = 5\ cm$$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*
Resolem l'equació $V'(x) = 0$



Calculem $V"(20)$



El volum màxim de la caixa s’assoleix quan $x = 20\ cm$
Calculem el volum màxim


El volum màxim és $V_{màx} = 500\ cm^3$