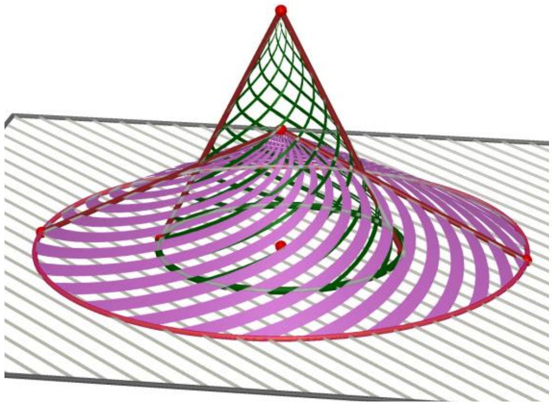
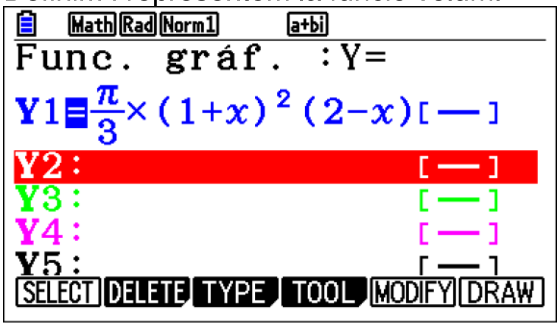
Donat un con de radi 1 i altura 2, incrementem el radi de la base x i reduïm l'altura x.
Quin és el valor de x que fa màxim el nou volum del con?

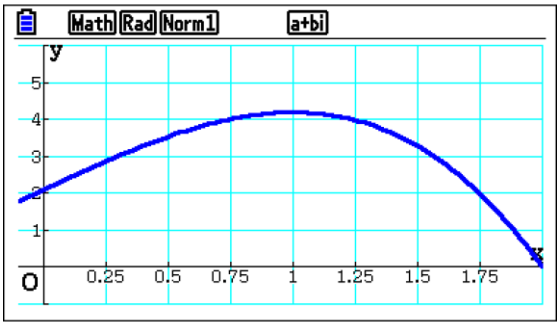


Solució:
El nou radi és $r = 1 + x$ i l'altura $h = 2 - x$.
El volum del con és:

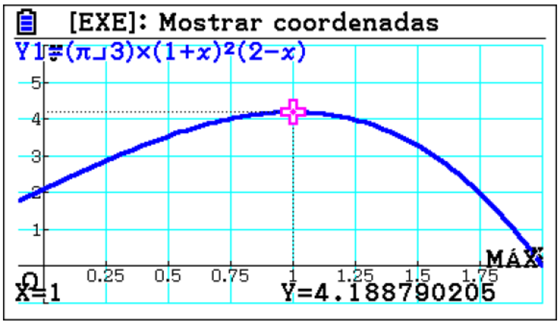
$$V(x) = \frac{\pi}{3}(1+x)^2(2-x), \qquad x \in [0, 2]$$

Obrim el *Menú Gráfico*.
Definim i representem la funció volum.



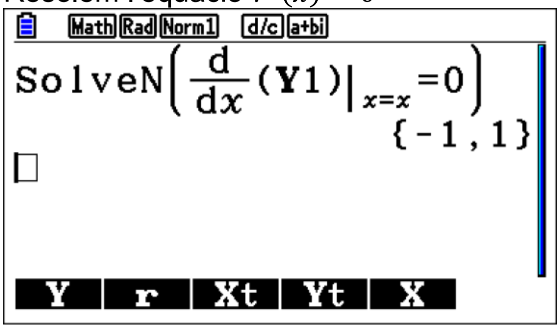


Amb la funció *G-Solv*, determinem el màxim de la funció:

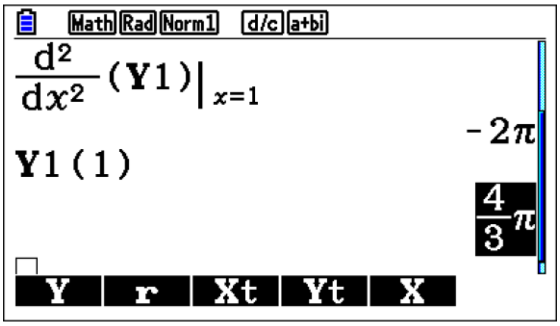


El volum màxim s'assoleix quan $x = 1$ i el volum màxim és, $V_{màx} = V(1) = \frac{4\pi}{3} \approx 4.1888$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*
Resolem l'equació $V'(x) = 0$



Calculem $V''(1)$,, $V(1)$



El volum màxim s'assoleix $x = 1$ i el volum màxim és, $V_{màx} = V(1) = \frac{4}{3}\pi$.

Solució 2:
$V(x) = \frac{\pi}{3}(-x^3 + 3x + 2), \qquad x \in [0, 2]$
Derivant la funció:
$V'(x) = \pi(-x^2 + 1)$.
$V'(x) = 0$, $-x^2 + 1 = 0$. Resolent l'equació:
$x = 1$.
$V''(x) = -2\pi x$.
$V''(1) = -2\pi < 0$. Aleshores, $x = 1$, és un màxim relatiu estricte.

El volum màxim s'assoleix $x = 1$ i el volum màxim és, $V_{màx} = V(1) = \frac{4\pi}{3}$.

Solució 3:
$V(x) = \frac{\pi}{3}(1 + x)^2(2 - x) = \frac{\pi}{3} 4\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)(2 - x), x \in [0, 2]$

Aplicant la desigualtat entre la mitjana aritmètica i la geomètrica:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right)(2 - x) \leq \left(\frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right) + (2 - x)}{3}\right)^3 = 1$$

Aleshores:
$V(x) \leq \frac{4\pi}{3}$

La igualtat s'assoleix quan
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x = 2 - x$
És a dir, quan $x = 1$
El volum màxim és
$V = \frac{4\pi}{3}$