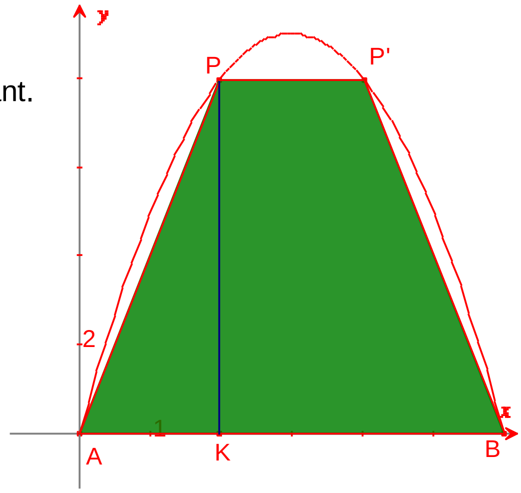
Siga la paràbola $y = -x^2 + 6x$.
Feu un estudi de la paràbola. Representeu-la.
Siguen A i B els punts de tall amb l'eix d'abscisses.
Siga P un punt de la paràbola que pertany l primer quadrant.
Siga el trapezi isòsceles $ABP'P$ tal que P' pertany a la paràbola.
Calculeu l'àrea màxima del trapezi $ABP'P$.



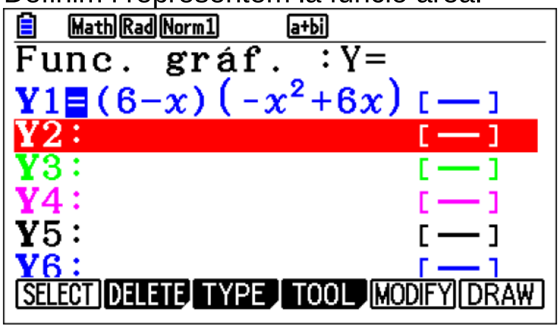
Solució:
La paràbola és convexa.
Per a calcular els punts de tall amb l'eix d'abscisses i el vèrtex resolem l'equació
$x^2 + 6x = 0$
$x(-x + 6) = 0$
Resolent l'equació:
$x = 0, 6$
Les coordenades de A i B són:
$A(0, 0), B(6, 0)$
L'eix de simetria de la paràbola és $x = 3$

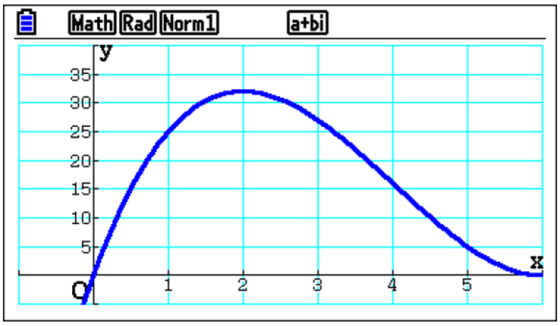
Siga K la projecció de P sobre l'eix d'abscisses.
Siga $x = \overline{AK}$
$\overline{KP} = -x^2 + 6x$

$\overline{PP'} = 6 - 2x$

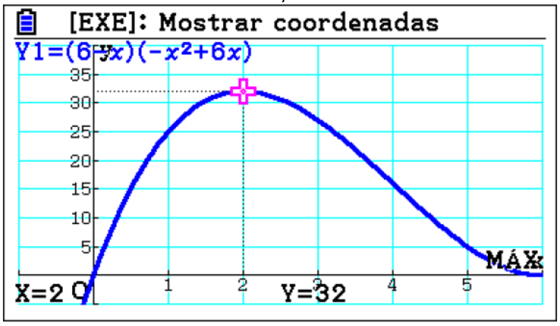
L'àrea del trapezi $ABP'P$ és:
$$S_{ABP'P} = \frac{6 + (6 - 2x)}{2}(-x^2 + 6x)$$
$S(x) = (6 - x)(-x^2 + 6x), \quad x \in [0, 6]$

Obrim el Menú Gráfico
Definim i representem la funció àrea.



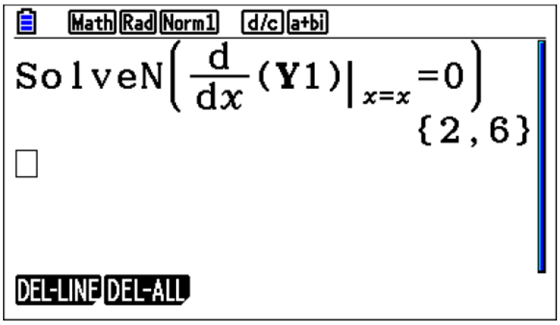


Amb la funció *G-Solv*, determinem el màxim de la funció àrea.

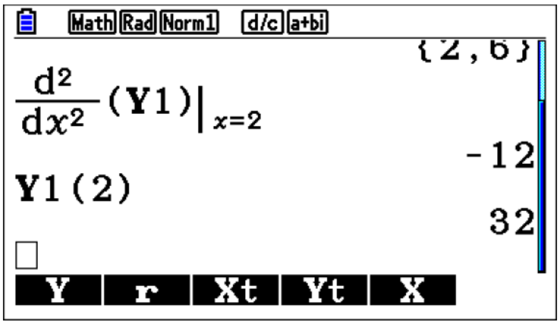


El màxim de la funció s'assoleix quan $x = 2$ i l'àrea màxima és $S_{màx} = 32$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*
Resolem l'equació $S'(x) = 0$



Calculem $S"(2), S(2)$



El màxim de la funció s'assoleix quan $x = 2$ i l'àrea màxima és $S_{màx} = 32$

Solució 2. Analíticament.
L'àrea del trapezi és:
$S(x) = (6 - x)(-x^2 + 6x), \quad x \in [0, 6]$
$S(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

Calculem la derivada de la funció àrea.
$S'(x) = 3x^2 - 24x + 36$
Resolem l'equació $S'(x) = 0$
$x^2 - 8x + 12 = 0$
Les solucions són $x = 2, 6$

Calculem $S"(x)$
$S"(x) = 6x - 24$
$S"(2) = -12 < 0, S"(6) = 12 > 0$
Aleshores,
El màxim de la funció s’assoleix quan $x = 2$ i l’àrea màxima és $S(2) = 32$