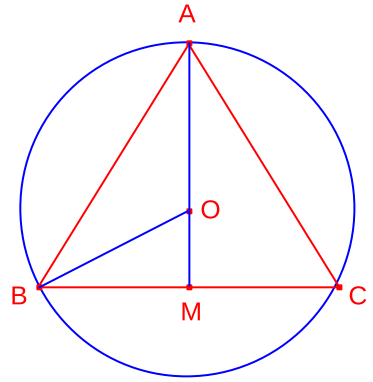
Determineu les mesures del triangle isòsceles inscrit en una circumferència de radi $R = 10$ tal que la suma de la base i l'altura siga màxima. Calculeu la suma màxima.

Solució 1:

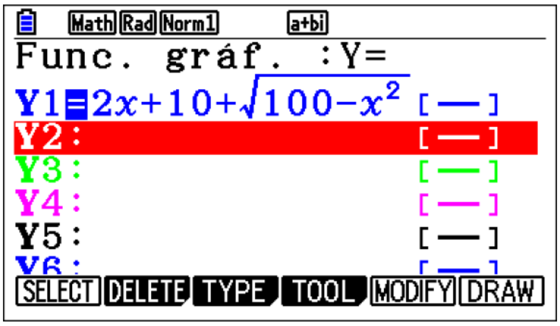
Siga el triangle isòsceles $\overset{\Delta}{ABC}, \overline{AB} = \overline{AC}$inscrit en la circumferència de centre $O$ i radi $R = 10$.

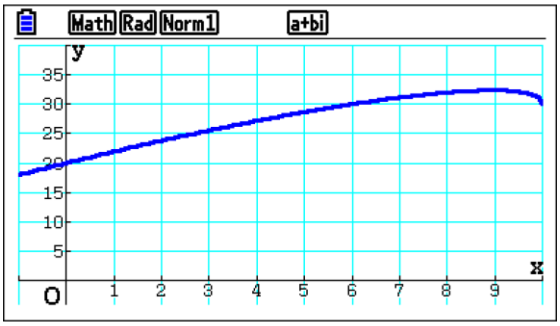



Siga $M$ el punt mig de la base $\overline{BC}$.
Podem suposar que $\overline{AM} \geq \overline{OA} = R = 10$
$\overline{BM} = x, \overline{OM} = y$

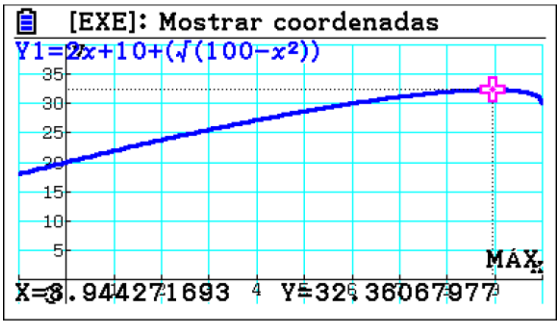
La suma de la base i l'altura és:
$S(x, y) = 2x + y + 10$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BMO}$:
$x^2 + y^2 = 100$
$y = \sqrt{100 - x^2}$
La suma és:
$S(x) = 2x + 10 + \sqrt{100 - x^2}, \qquad x \in [0, 10]$
Obrim el *Menú Gràfico*.
Definim i representem la funció suma.



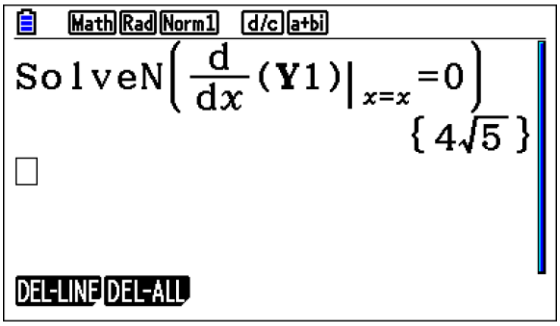




Amb la funció *G-Solv*, determinem el màxim de la funció.

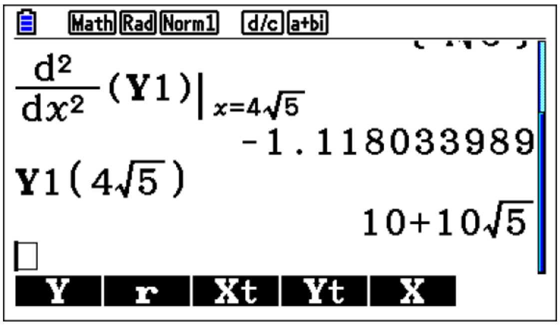



El màxim s'assoleix aproximadament quan $x \approx 8.9443$.
La suma màxima és aproximadament, $S_{màx} \approx 32.3607$

Obrim el *Menú Ejec-Mat*.
Resolem l'equació $S'(x) = 0$




Calculem $S"(4\sqrt{5}), S(4\sqrt{5})$




El màxim s'assoleix quan $x = 4\sqrt{5} \approx 8.9443$.
La suma màxima és a, $S(4\sqrt{5}) = 10(1 + \sqrt{5}) \approx 32.3607$

Solució 2:
La funció suma és
$S(x) = 2x + 10 + \sqrt{100 - x^2}, \qquad x \in [0, 10]$
Derivem la funció suma:
$$S'(x) = 2 - \frac{x}{\sqrt{100 - x^2}}$$
Resolem l'equació $S'(x) = 0$
La solució és $x = 4\sqrt{5}$
Calculem la segona derivada de la funció suma:
$$S"(x) = -\frac{100}{(100 - x^2)\sqrt{100 - x^2}}$$
$S"(4\sqrt{5}) < 0$
Aleshores,
El màxim s'assoleix quan $x = 4\sqrt{5} \approx 8.9443$.
La suma màxima és a, $S(4\sqrt{5}) = 10(1 + \sqrt{5}) \approx 32.3607$