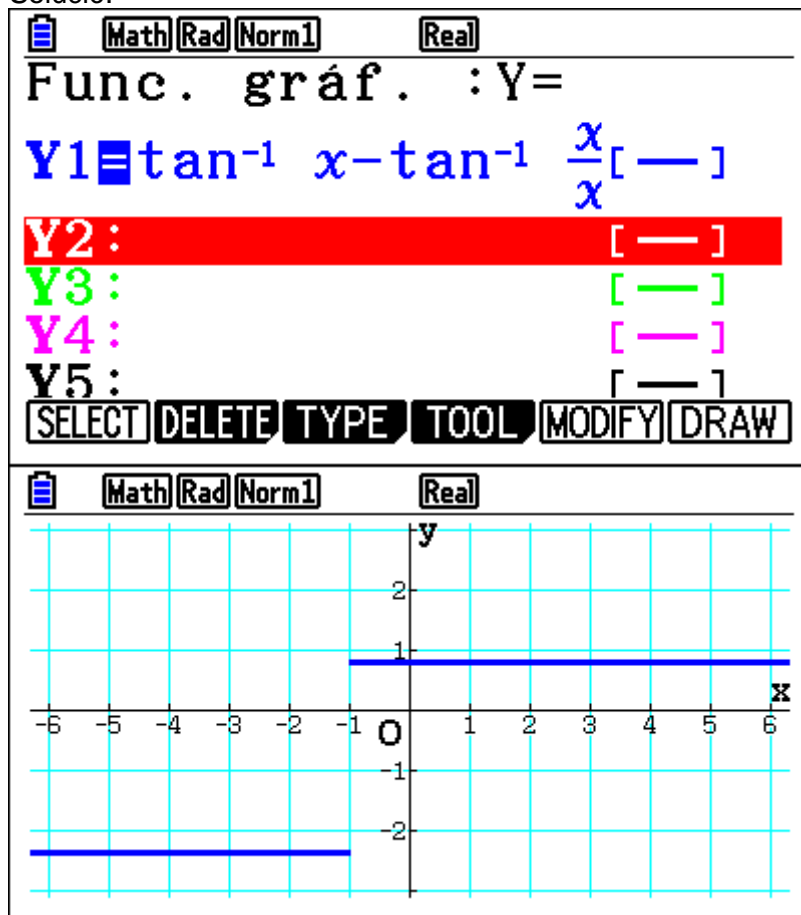


Demostreu, calculant la derivada que la funció $f(x) = \arctan x - \arctan \frac{x-1}{x+1}$ és constant.
 Calculeu el valor d'aquesta constant.

Solució:



El domini de la funció és $R \setminus \{-1\}$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2} \cdot \frac{2}{(x+1)^2} = 0$$

Aleshores, La funció és constant.

Calculeu el valor de la constant.

Si $x > -1$

$$f(0) = \arctan 0 - \arctan(-1) = \frac{\pi}{4}$$

$$f(x) = \frac{\pi}{4} \text{ si } x > -1$$

Si $x < -1$

$$x = -2$$

$$f(-2) = \arctan(-2) - \arctan(3) < 0$$

$$\tan(\arctan(-2) - \arctan(3)) = \frac{-2-3}{1+(-2)3} = 1$$

$$f(-2) = \arctan(-2) - \arctan(3) = \frac{\pi}{4} - \pi = -\frac{3\pi}{4}$$

$$f(x) = -\frac{3\pi}{4}, \text{ Si } x < -1$$