

FUNCIONS

Recordeu:

- Una funció és una correspondència entre dos conjunts, de forma que cada element del conjunt inicial li correspon només un element del conjunt final.
- $y = f(x)$ és una forma d'anomenar a una funció. Diem que x és la variable independent i que y és la variable dependent. També diem que y és imatge de x , i que x és una antiimatge de y . Ho representarem per $x = f^{-1}(y)$.
- La gràfica d'una funció $f(x)$ és la representació en uns eixos cartesianes dels parells de valors $(x, f(x))$.
- El domini d'una funció és el conjunt dels elements que tenen imatge.
- El recorregut d'una funció és el conjunt dels elements que són imatge d'altres
- Representem les funcions als eixos de coordenades. La variable independent, x , es representa a l'eix d'abscisses i la variable dependent, y , es representa a l'eix d'ordenades.

Exercicis d'autoaprenentatge.

1. De les següents gràfiques indiqueu quines representen funció i quines no en representen:

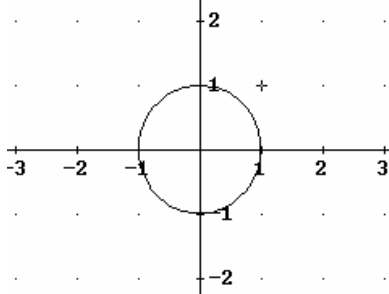


Figura 1

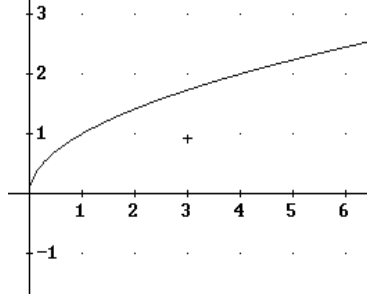


Figura 2

La figura 1 no representa una funció, perquè un element de x té dues imatges. Per exemple el zero té com imatge l'1 i el -1.

La figura 2 és funció, perquè cada valor de x té només una imatge.

Les gràfiques següents (figura3, figura4) defineixen dues funcions.

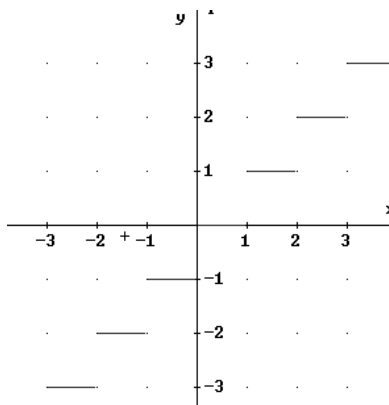


Figura 3

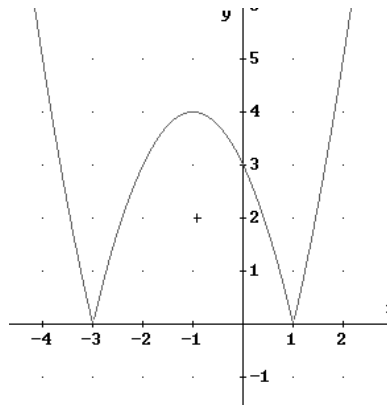
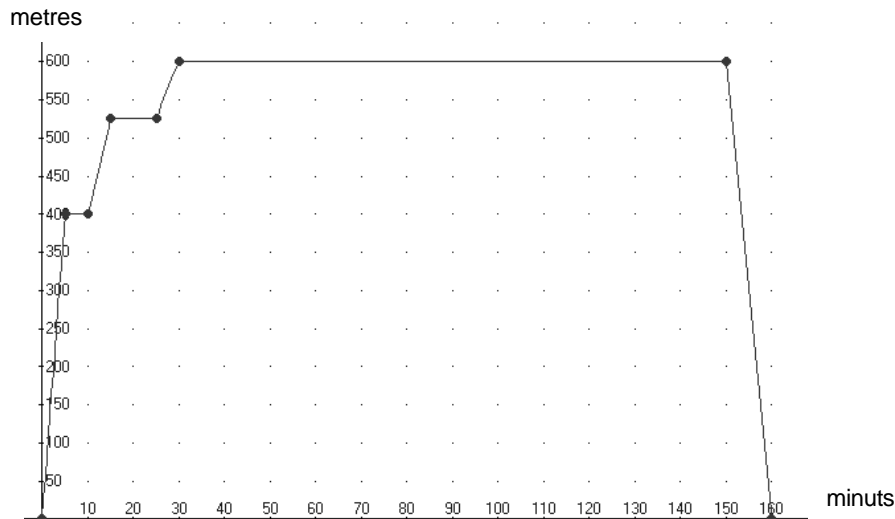


Figura 4

2. Observeu la gràfica següent:



En aquesta gràfica hem representat els moviments de Joan quan va a l'institut cada vesprada. A l'eix X està representat el temps en minuts i a l'eix Y la distància en metres. El primer que fa Joan és anar al forn. Després es para al següent cantó per esperar a un company. Quan acaben les classes torna a casa.

- Quina distància hi ha de casa a l'institut?
- I al forn?
- Quan de temps li costa comprar-se el berenar?
- Espera molt al seu company?
- Quan de temps està a classe?
- Si les classes comencen a les 3 de la vesprada, on estava Joan a les 2h30m, a les 2h35m i a les 2h45m?
- És igual la seua velocitat quan va a escola que quan torna?
- Hi ha diferents velocitats al llarg del trajecte?

Anirem resolent cadascuna de les preguntes:

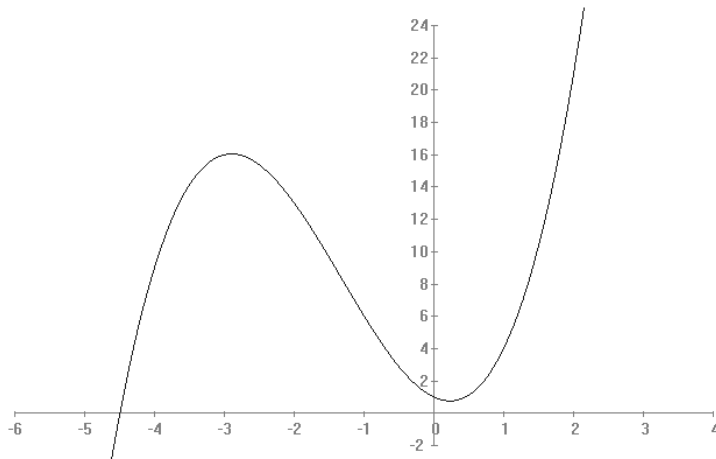
- La distància que hi ha de casa a l'Institut és de 600 m.
- La distància al forn és de 400 m, perquè és la primera parada.
- Al forn està 5 minuts
- Joan espera al seu amic 10 minuts.
- Les classes duren 120 minuts.
- Joan a les 2h30m estava a casa. Aquesta és l'hora en que Joan ix de casa. A les 2h32m Joan està de camí al forn. A les 2h35m Joan està al forn. A les 2h45m arriba al cantó on espera al seu amic.
- A escola va a diferents velocitats. Podem dir que la velocitat mitjana amb què va a l'escola és: $v = \frac{600}{30} = 20$ metres cada minut. La velocitat al tornar és de $v = \frac{600}{10} = 60$ metres cada minut.

h) De sa cas a fins al forn porta una velocitat de $v = \frac{400}{5} = 80$ metres cada minut. Del forn fins al

cantó on espera a l'amic: $v = \frac{125}{5} = 25$ metres cada minut. Del cantó fins a l'Institut:

$v = \frac{75}{5} = 15$ metres cada minut.

3. Siga la següent funció $f(x)$:



- Quin és el domini de la funció representada?
- Quin és el recorregut?
- Calculeu $f(-3)$ i $f(1)$.
- Calculeu $f^{-1}(6)$ i $f^{-1}(21)$

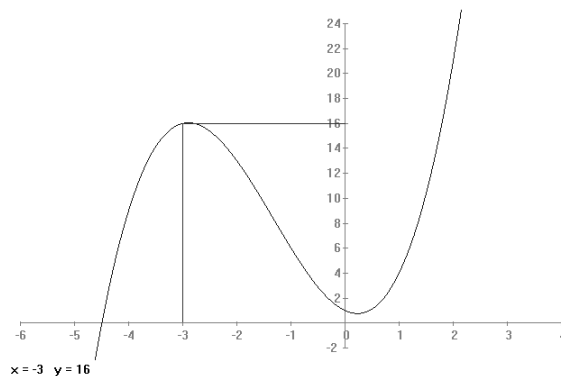
SOLUCIÓ:

a) Per determinar el domini hem d'estudiar l'eix x. Hi ha algun punt d'aquest eix on la funció no està definida? NO. La funció està definida en tot l'eix. Aleshores el domini és \mathbb{R} . Nosaltres no vegem tota la funció. Observant el tros de gràfica dibuixat, el domini anirà des de -5 fins a 2.25 , $[-5, 2.25]$.

b) Per determinar el recorregut hem d'estudiar l'eix y.

Segons el gràfic, el recorregut és de -2.5 fins al 24 , $[-2.5, 24]$

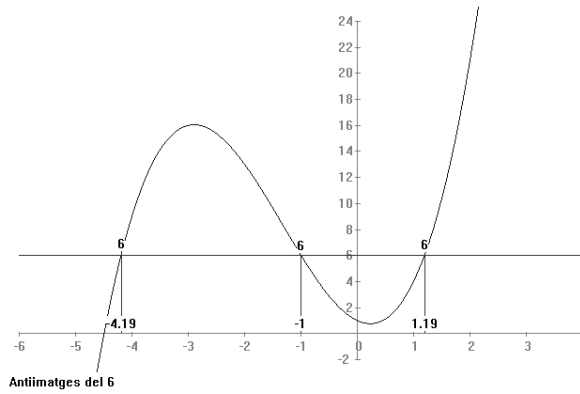
c) $f(-3) = 16$ i $f(1) = 4$



d) $f^{-1}(6) = -1$ però aquesta solució no és única. Si ens fixem, en l'eix d'abscisses hi ha altres antiimatges de 6, són aproximadament, $x \cong -4.2$, $x \cong 1.2$

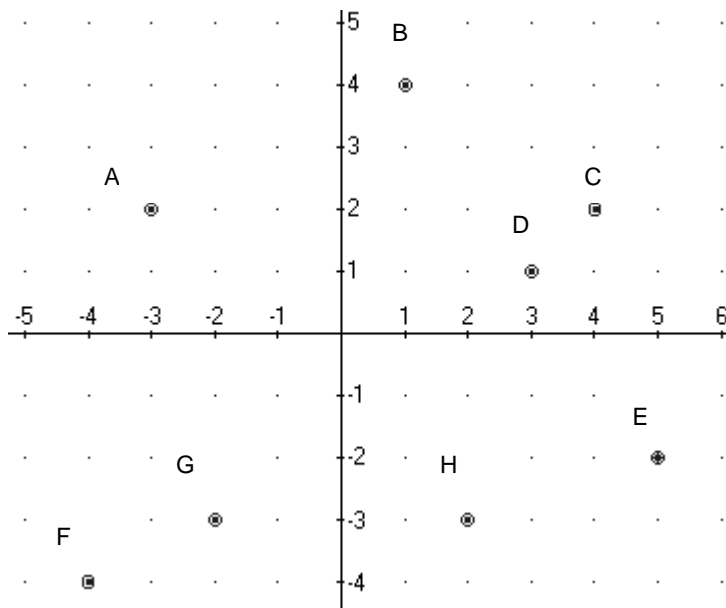
$f^{-1}(6) \cong -4.2$, $f^{-1}(6) \cong 1.2$.

$f^{-1}(21) = 2$ i aquesta sí que és solució única perquè la funció no torna a passar una altra vegada per l'ordenada 21.



Exercicis proposats:

1. Determineu les coordenades dels punts.



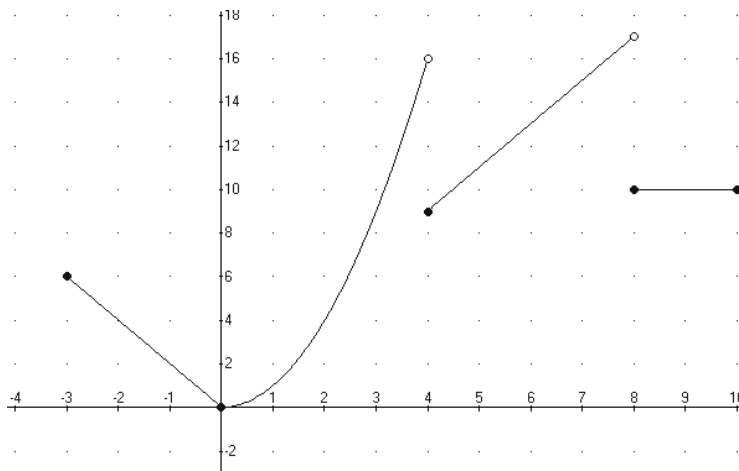
- Determineu les coordenades del punt simètric del punt A respecte de l'eix d'abscisses.
- Determineu les coordenades del punt simètric del punt B respecte de l'eix d'ordenades.
- Determineu les coordenades del punt simètric del punt C respecte de l'origen de coordenades.
- Determineu les coordenades del punt simètric del punt D respecte de l'eix d'abscisses.
- Determineu les coordenades del punt simètric del punt E respecte de l'eix d'ordenades.
- Determineu les coordenades del punt simètric del punt F respecte de l'origen de coordenades.

2. La gràfica de la funció representa els preus de l'autobús a una ciutat imaginària. A l'eix d'abscisses representem els anys i al d'ordenades els preus en pessetes.



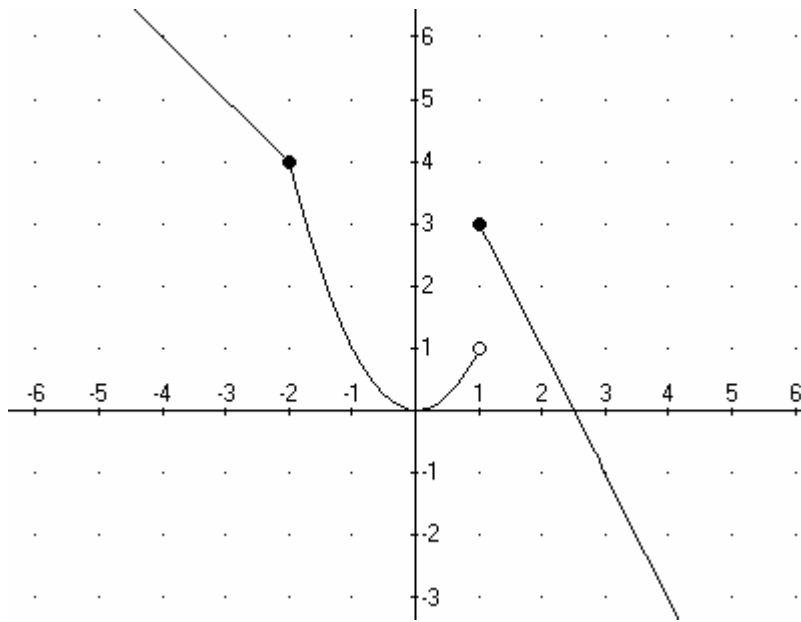
- Quin és el preu del bitllet l'any 1995?
- Durant quin període el bitllet costava 105 pessetes?
- Estudieu la pujada dels preus de l'autobús .
- A l'any 1994 i al 1998 hi ha una baixada del preu del carburant molt important. Penseu que queda reflectida a la gràfica?.

3. Siga la gràfica següent:



- Estudieu el seu domini
- Estudieu el seu recorregut
- Calculeu $f(-3)$, $f(0)$, $f(8)$.
- Calculeu $f^{-1}(17)$, $f^{-1}(8)$, $f^{-1}(4)$

4. Siga la gràfica següent:



- Estudieu el seu domini
- Estudieu el seu recorregut
- Calculeu $f(-4)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$
- Calculeu $f^{-1}(4)$, $f^{-1}(5)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(-1)$

5. Anem de viatge a Mallorca en avió, però una vegada a l'illa volem llogar un cotxe. Telefonem a una empresa de lloguer de cotxes per demanar el preu: 0'2 € per cada quilòmetre. Hem decidit fer un estudi de les despeses del viatge i necessitem conèixer el preu que haurem de pagar respecte del nombre de quilòmetres. Ompliu la taula següent, especificant quin és el domini i quin el recorregut, i després determineu la funció que el representa.

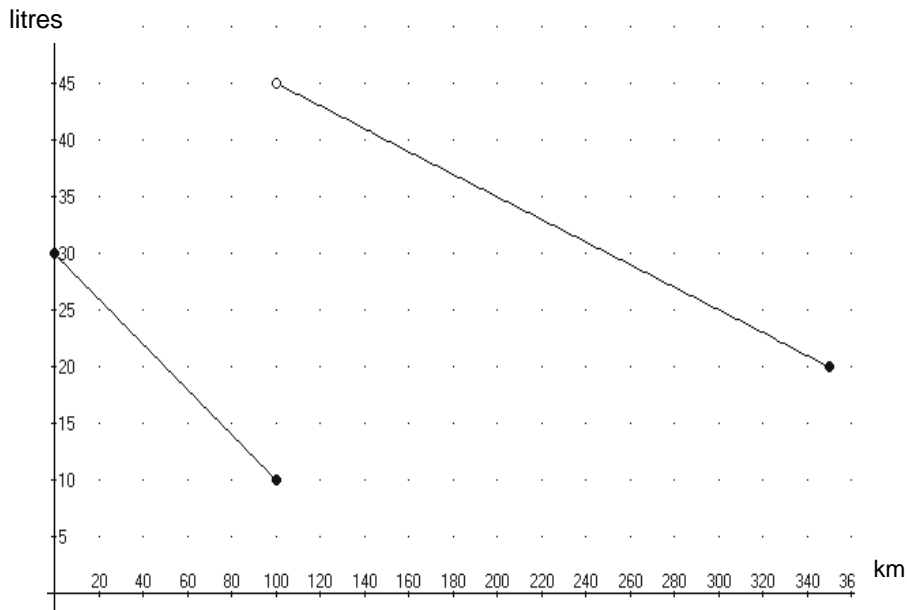
x (km.)										
y (€)										

6. A la taula següent tenim la relació entre el costat d'un quadrat i la seua àrea.

x (costat, cm)	1	3	6	7	8	9	12	14
y (àrea, cm ²)	1	9	36	49	64	81	144	196

Determineu la fórmula que relaciona el costat i l'àrea i dibuixeu-la.

7. La figura representa la variació de la quantitat de gasolina del dipòsit d'un cotxe durant un viatge.



- Amb quants litres ha començat el viatge?
- Quants litres de gasolina tenia el dipòsit quan portava 200 km de viatge?. Quants quilòmetres portava quan quedaven 15 litres al dipòsit?
- Què va passar als 100 km.?
- Quina és la quantitat de gasolina que ha gastat durant tot el viatge?. Quin és el consum mitjà d'aquest cotxe (litres per cada 100 km)?
- Si no haguera parat a omplir gasolina, què hauria passat?

8. Dibuixeu a uns eixos de coordenades (espai/temps), el recorregut efectuat per un cotxe que fa un viatge de 3 hores i mitja a una velocitat de 100 km/h, descansa un hora i continua viatjant per recórrer 350 km en 3 hores.

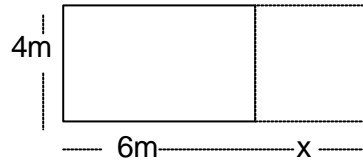
- Quants quilòmetres ha recorregut?
- Quin temps ha invertit en fer tot el viatge?
- Quina ha sigut la velocitat mitjana?

9. Sabem que 0°centígrads són 32°fahrenheit, i que 100°centígrads són 212°fahrenheit. Ompliu la taula següent i escriviu una funció que serveixi per transformar graus centígrads en graus fahrenheit.

°C	0	15	20	36	38
°F	32				

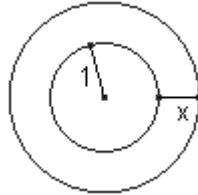
Una persona a temperatura normal 36'5°C, quants graus fahrenheit té?. I si té una febre de 37'5°C?

10. Una piscina té forma rectangular de dimensions 4 i 6 m. Volem ampliar-la en la forma indicada per la figura:



- Si l'augment és $x=2m$, quin deu ser el nou perímetre? I la nova àrea? I la nova diagonal?
- Si augmentem x metres, calculeu les expressions del perímetre P , de l'àrea A i de la diagonal D , en funció de x .

11. Un jardí té una bardissa rodona de 1 Dm de radi. Volem ampliar-la afegint una mica més, x , al radi:



- Si li afegim 1 metre més de radi, quina seria la nova longitud de la circumferència que forma la bardissa? I la superfície que ocupa?
- Si el que l'afegim és x calcula la funció que defineix la longitud, L , i la superfície, S .

12. Anem al mercat a comprar pomes que van a 1,5€/kg.

Volem saber quant haurem de pagar segons els quilos que comprem.

- Completeu la taula següent:

kg	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	1,5	3	4
€									

- Respresenteu la taula en uns eixos de coordenades.
- Definiu la funció que relacione els quilos de pomes i el que hem de pagar.