

ANGLES I LA SEUA MESURA.

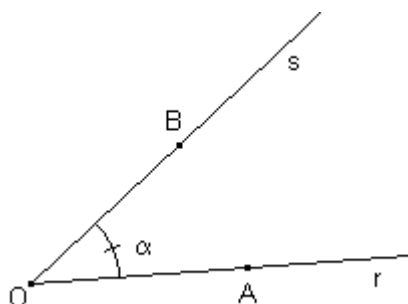
Anomenem **angle** $\angle(r,s)$ a la regió del pla limitada per dues semirectes ordenades (r,s) que tenen un origen comú O , que rep el nom de vèrtex de l'angle.

Notació:

Siguen $A \in r$, $B \in s$

L'angle α sol representar-se $\alpha = \angle AOB$

Observa que el vèrtex ocupa el lloc central



A l'angle format per dues semirectes que a la vegada formen una recta s'anomena **angle pla**.
L'angle meitat d'un angle pla s'anomena **recte**.

Dos angles són **complementaris** si sumen un recte.

Dos angles són **suplementaris** si sumen un pla.

Mesures d'angle.

S'utilitzen diversos sistemes de mesura d'angles. Els més utilitzats són:

- El sistema sexagesimal.
- El radià.

a) **Sistema sexagesimal.**

S'anomena **grau sexagesimal** cadascuna de les parts del resultat de dividir la circumferència en 360 parts iguals.

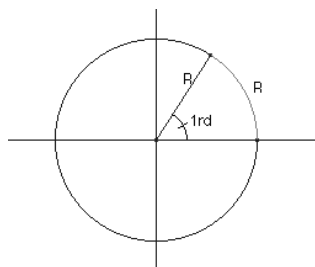
Els divisors del grau són: $1^\circ = 60'$ $1' = 60''$

Així, l'angle de 15 graus, 20 minuts i 40 segons s'expressa de la següent forma:
 $15^\circ 20' 40''$

Aquest sistema és el més utilitzat.

b) **El radià.**

Definim **radià**, com l'arc de circumferència que mesura el mateix que el radi.



Degut a la proporcionalitat de la circumferència i el radi, l'angle mesurat en radians és independent de la circumferència escollida.

L'equivalència entre les mesures sexagesimals i radians és:

$$360^{\circ} \equiv 2\pi \text{ radians} \quad \text{o bé:} \quad 180^{\circ} \equiv \pi \text{ radians}$$

Ús de la calculadora científica

Les calculadores científiques poden treballar amb els tres sistemes de mesures angulars: sexagesimals, centesimals i radians.

Els modes de la calculadora són els següents:

Sexagesimals DEG

Centesimals GRA

Radians RAD.

La tecla per introduir graus minuts i segons sexagesimals és

° ' "

Exemple:

Per introduir $30^{\circ}15'45''$ farem:

30	° ' "	15	° ' "	45	° ' "
----	-------	----	-------	----	-------

 El resultat és

30.2625

Per veure quants graus, minuts i segons són $30,2625^{\circ}$ farem

30.2625	SHIFT	° ' "
---------	-------	-------

 El resultat és

$30^{\circ}15'45''$

Exercici d'autoaprenentatge

Amb ajut de la calculadora, calculeu quant val un radià en mesures sexagesimals:

Per a treballar en mesures sexagesimals, la calculadora ha d'estar en mode DEG.

La raó de proporcionalitat de les dues mesures és $\frac{360^{\circ}}{2\pi \text{ rd}}$

$$1\text{rd} \cdot \frac{360^{\circ}}{2\pi \text{ rd}} = 57,2957795^{\circ}$$

Amb ajut de la calculadora:

1	×	360	:	(2	×	π)	=	SHIFT	° ' "
---	---	-----	---	---	---	---	-------	---	---	-------	-------

 El resultat és:

$57^{\circ}17'48.81''$

Exercicis proposats

1. Amb ajut de calculadora (o sense calculadora), passeu les següents mesures a sexagesimals:

a) $\frac{3\pi}{2}$ rd b) $2'5$ rd c) $\frac{3}{4}$ rd d) $\frac{\pi}{5}$ rd

2. Amb ajut de calculadora (o sense calculadora), passeu a mesures en radians les següents mesures:

a) 60° b) 45° c) 30° d) $25^{\circ}15'$ e) $31^{\circ}12'45''$

Operacions amb angles: Suma d'angles i multiplicació d'un angle per un nombre

Exercicis d'autoprenentatge

a) Calculeu $30^{\circ}15'45'' + 47^{\circ}50'25'' =$

Es sumen les unitats homogènies

$$30^{\circ}15'45'' + 47^{\circ}50'25'' = 77^{\circ}65'70'' = 78^{\circ} 6'10''$$

Amb ajut de la calculadora

30	°	'	''	15	°	'	''	45	°	'	''	+	47	°	'	''	50	°	'	''	25	°	'	''	=	SHIFT	°	'	''
----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---	----	---	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---	----	---	-------	---	---	----

El resultat és $78^{\circ}6'10''$

b) Calculeu $3015'45'' \times 3 =$

Multipliquem cadascuna de les unitats per 3:

$$30^{\circ}15'45'' \times 3 = 90^{\circ}45'135'' = 90^{\circ}47'15''$$

Amb ajut de la calculadora:

30	°	'	''	15	°	'	''	45	°	'	''	×	3	=	SHIFT	°	'	''	El resultat és: $90^{\circ}47'15''$
----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	---	----	---	---	---	-------	---	---	----	--

Exercici proposat

3. Calculeu:

a) $35^{\circ}15'35'' + 25^{\circ}52'37'' =$

f) $5(45^{\circ}24'35'') =$

b) $25^{\circ}25'32'' + 72^{\circ}15'55'' =$

g) $\frac{35^{\circ}23'45''}{3} =$

c) $45^{\circ}13'25'' - 25^{\circ}23'5'' =$

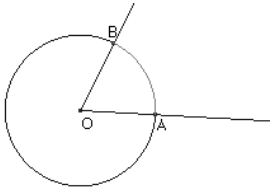
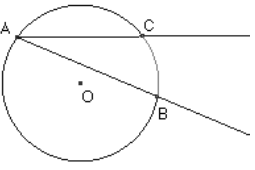
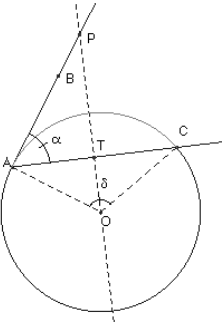
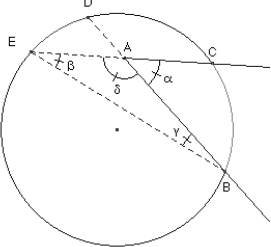
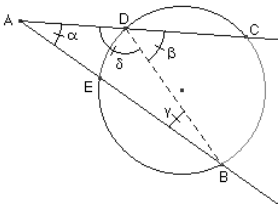
h) $\frac{72^{\circ}15'34''}{2} =$

d) $42^{\circ} - 15^{\circ}24'35'' =$

e) $3(23^{\circ}35'45'') =$

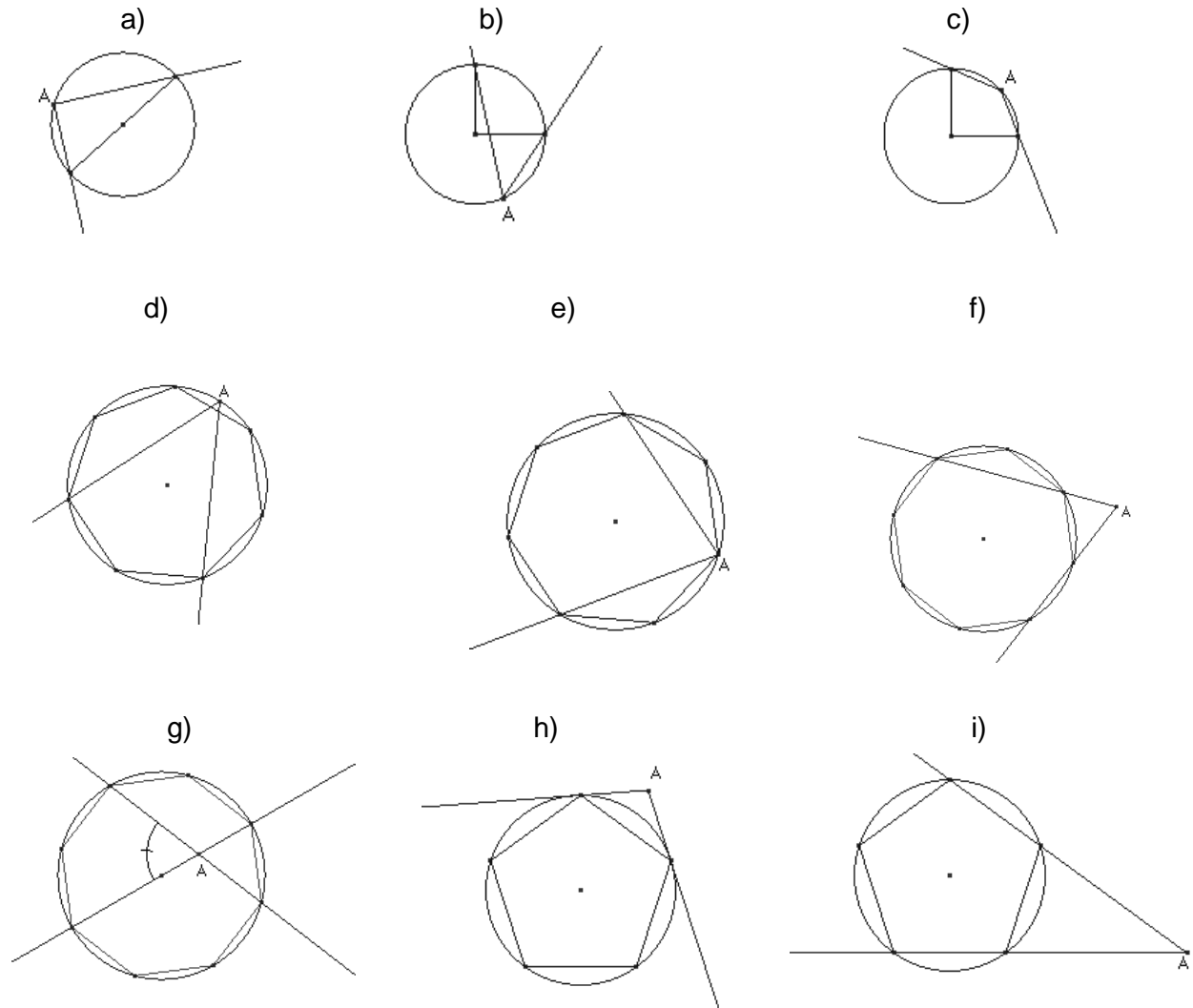
i) $\frac{75^{\circ}15'17''}{5} =$

Angles de la circumferència.

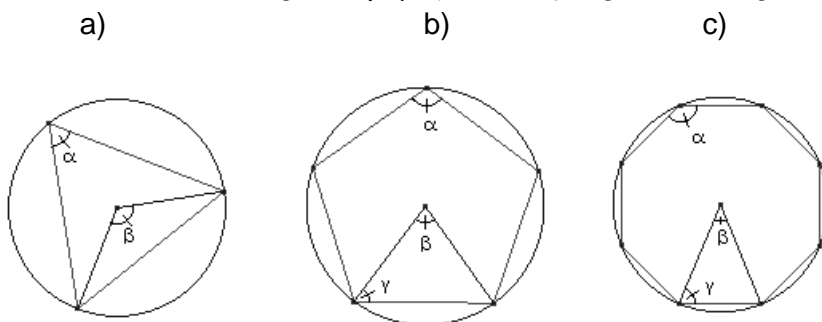
Angle	Definició		Mesura
Central	S'anomena angle central $\angle AOB$, l'angle el vèrtex del qual és el centre de la circumferència i els seus costats contenen radis. El conjunt dels punts de la circumferència interiors a l'angle s'anomena arc de la circumferència.		L'angle central mesura el mateix que l'arc que abraça.
Inscrit	S'anomena angle inscrit $\angle BAC$, l'angle el vèrtex del qual és un punt de la circumferència, i els costats són dues cordes de la mateixa.		L'angle inscrit d'una circumferència, mesura la meitat que l'arc que abraça.
Semiinscrit	S'anomena angle semiinscrit $\angle BAC$, l'angle el vèrtex del qual és un punt de la circumferència, un costat és una corda i l'altre costat és tangent a la circumferència.		L'angle semiinscrit mesura la meitat de l'arc de circumferència que abraça.
interior	S'anomena angle interior $\angle BAC$, l'angle el vèrtex del qual és un punt interior de la circumferència, i els costats són cordes de la circumferència.		L'angle interior mesura la semisuma dels arcs que abraça.
exterior	S'anomena angle exterior $\angle BAC$, l'angle el vèrtex del qual és un punt exterior a la circumferència, i els costats són cordes o rectes tangents de la circumferència.		L'angle exterior, mesura la semidiferència dels arcs que abraça.

Exercicis proposats

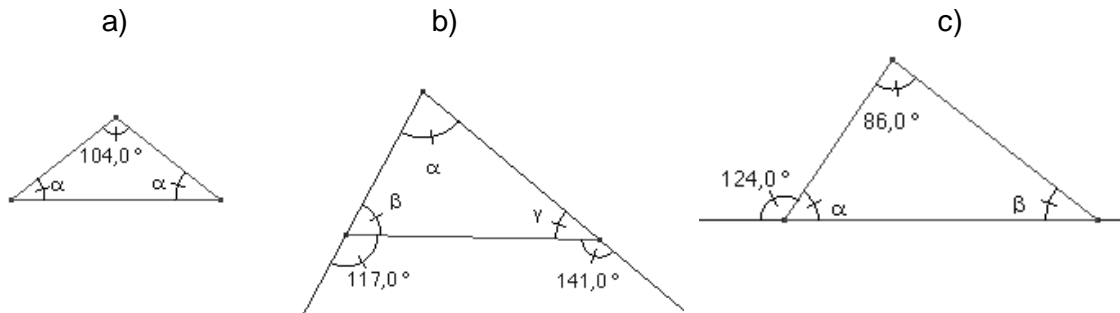
4. Calculeu el valor de l'angle A, indicant en cada cas el tipus d'angle. (Els polígons de les figures són regulars):



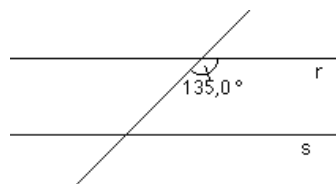
5. Calculeu en cada cas l'angle α , β , γ . (Tots els polígons són regulars).



6. Calculeu els angles α , β , γ .



7. Les rectes r , s de la figura són paral·leles. Determineu tots els angles.



Problemes

1. Determineu dos angles suplementaris que es diferencien en 42° .
2. Determineu dos angles complementaris sabent que un és set vegades més gran que l'altre.
3. Determineu dos angles complementaris que es diferencien en 15° .
4. Les mesures dels angles d'un triangle són proporcionals a 2, 4, 6. Calculeu-los.
5. Les mesures dels angles d'un triangle són proporcionals a 3, 4, 8. Calculeu-los.