

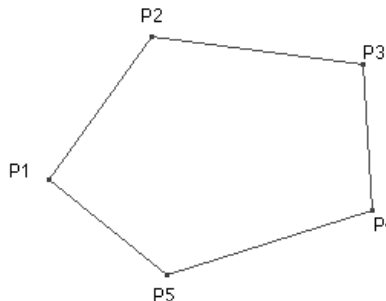
# POLÍGONS, CIRCUMFERÈNCIA I CERCLE

## POLÍGONS

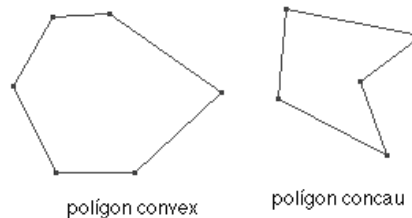
**Polígon** és la figura plana tancada formada per  $n$  segments  $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, \dots, \overline{P_nP_1}$  ( $n \geq 3$ ) anomenats **costats**, essent els punts  $P_1, P_2, \dots, P_n$  els **vèrtexs**.

L'angle format per dos costats adjacents i que són a l'interior del polígon s'anomena **angle interior**.

**Diagonal** d'un polígon és el segment que uneix dos vèrtexs no consecutius.



Direm que un polígon és **convex** si cada angle interior és menor que  $180^\circ$ .  
Un polígon és **còncav** si no és convex.



Els polígons convexos segons els nombre de costats s'anomenen: triangle, quadrilàter, pentàgon, hexàgon, etc.

## Propietats:

La suma dels angles interiors d'un polígon convex de  $n$  costats és:  $180^\circ(n-2)$

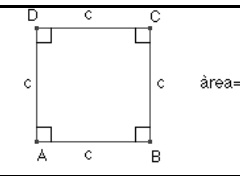
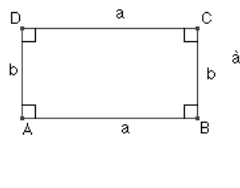
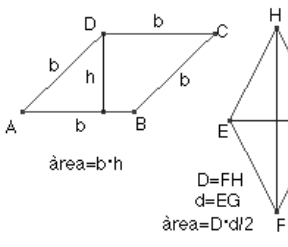
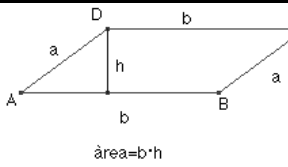
El nombre de diagonals d'un polígon convex és  $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

**QUADRILÀTERS.**

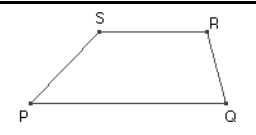
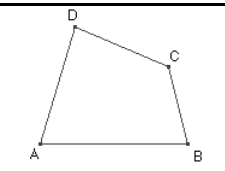
Un **quadrilàter** és un polígon convex de 4 costats.

Classificació:

**Paral·lelograms**  
si tenen els  
costats oposats  
paral·lels,

<p><b>Quadrat</b> si té els 4 costats i els 4 angles iguals.</p>	
<p><b>Rectangle</b> si té els 4 angles iguals i els costats iguals 2 a 2.</p>	
<p><b>Rombe</b> si té els 4 costats iguals i els angles són iguals 2 a 2.</p>	
<p><b>Romboide</b> si té el costats i els angles iguals 2 a 2.</p>	

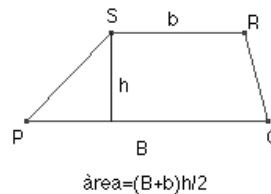
**No paral·lelograms** si no tenen els costats oposats paral·lels

<p><b>Trapezi</b> si tenen dos costats oposats paral·lels.</p>	
<p><b>Trapezoide</b> si cap dels costats oposats són paral·lels.</p>	

L'àrea d'un paral·lelogram és  $S = \text{base} \times \text{altura}$

L'àrea d'un trapezi és:

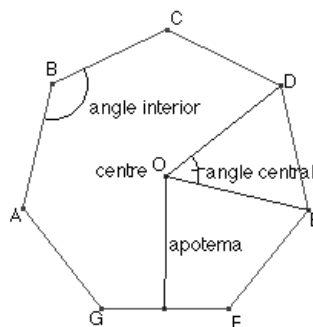
$$S = \frac{(\text{Base major} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2} = \frac{(B + b)h}{2}$$



## POLÍGONS REGULARS

**Polígon regular** és el que té els seus costats i els seus angles interiors iguals.

L'**apotema** del polígon regular és el segments que uneix el centre del polígon amb el punt mig d'un costat.

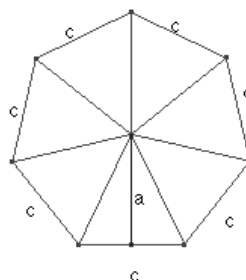


L'angle central d'un polígon regular de n costats

mesura:  $\frac{360^\circ}{n}$

### Àrea d'un polígon regular

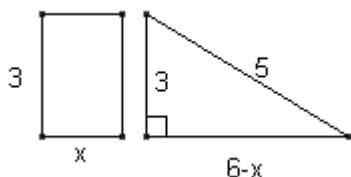
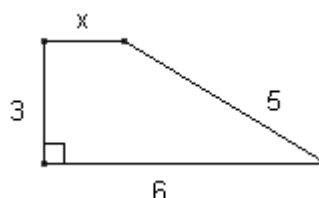
$$S = \frac{\text{perímetre} \times \text{apotema}}{2} = \frac{p \cdot a}{2}$$



Exercicis d'autoaprenentatge

a) Calculeu el perímetre i l'àrea del trapezi rectangle

Observem que el trapezi rectangular es pot dividir en un rectangle i un triangle rectangular.



Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangular:

$$5^2 = 3^2 + (6-x)^2, \quad 25 = 9 + 36 - 12x + x^2, \quad x^2 - 12x + 20 = 0$$

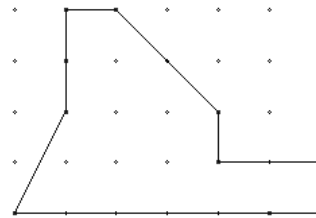
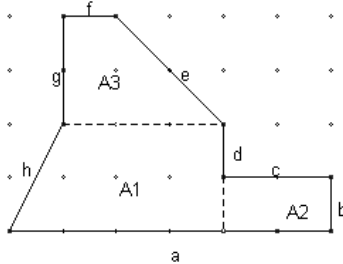
Resolent l'equació,  $x = 10$ ,  $x = 2$ . La solució  $x = 10$  no és solució del problema ja que el costat del triangle rectangle seria  $6 - x = -4$

El perímetre del trapezi és  $P = 6 + 5 + x + 3 = 16$

L'àrea del trapezi és  $A = \frac{(6+x) \cdot 3}{2} = \frac{(6+2) \cdot 3}{2} = 12$

b) Calculeu l'àrea i el perímetre de la figura següent:

Observem que la figura està quadriculada. Dividirem la figura amb polígons dels quals sàpia calcular l'àrea i el perímetre:



La figura l'hem dividida en dos trapezoid rectangulars i un rectangle de bases i altures conegudes. L'àrea serà la suma de les àrees dels tres polígons:

$$A = A1 + A2 + A3 = \frac{(4+3) \cdot 2}{2} + 2 \cdot 1 + \frac{(3+1) \cdot 2}{2} = 13$$

El perímetre és  $P = a + b + c + d + f + g + h$

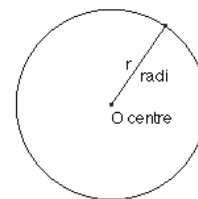
Per calcular les mesures dels segments e, h aplicarem el teorema de Pitàgores.

$$e = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}, h = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$P = a + b + c + d + f + g + h = 6 + 1 + 2 + 1 + \sqrt{8} + 1 + 2 + \sqrt{5} = 13 + \sqrt{8} + \sqrt{5} \cong 18.06$$

### CIRCUMFERÈNCIA I CERCLE

La **circumferència** és el conjunt de tots els punts del plànel la distància dels quals a un altre donat del plànel (**centre**) és constant i anomenada **radi**.



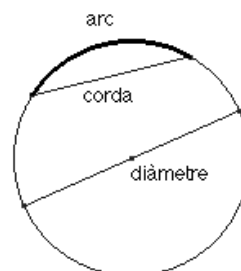
El **cercle** és el conjunt de tots els punts del plànel la distància dels quals a un altre donat del plànel (**centre**) és igual o menor a un segment donat anomenat **radi**, és a dir, els punts del cercle són els de la circumferència i els interiors a la circumferència.

### Altres elements d'una circumferència.

**Corda** és el segment que uneix dos punts de la circumferència.

**Diàmetre** és una corda que passa pel centre.

**Arc de circumferència** és cadascuna de les parts en què la corda divideix la circumferència.



### Longitud de la circumferència

La longitud de la circumferència i el diàmetre són proporcionals i la proporció és el nombre  $\pi \approx 3,141692\dots$

Per tant,  $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

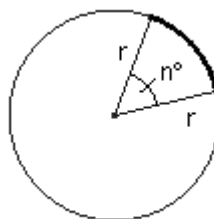
### Àrea d'un cercle

L'àrea d'un cercle és igual:  $S = \pi \cdot r^2$

### Longitud i àrea de figures circulars:

#### Longitud de l'arc de circumferència

$$L_{\text{arc}} = \frac{L_{\text{circumferència}} \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \cdot r \cdot n^\circ}{360^\circ}$$



#### Àrea del sector circular

Un **sector de circumferència** és la regió de cercle limitada per dos radis i un arc de circumferència.

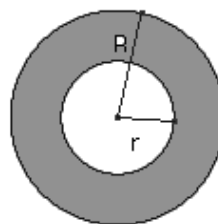
$$S_{\text{sector}} = \frac{\text{Àrea cercle} \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$$



#### Àrea de la corona circular

Una **corona circular** és la regió de pla limitada per dues circumferències concèntriques.

$$S_{\text{corona}} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$



Exercici d'autoaprenentatge

- a) Calculeu l'àrea i el perímetre d'un sector circular de  $30^\circ$  i de radi 10.

Aplicant la fórmula l'àrea és  $A = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} = \frac{25 \cdot \pi}{3} \cong 26.18$

El perímetre és igual a la longitud d'arc que determina el sector i els dos radis.

$$\text{arc} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 30^\circ}{360^\circ} = \frac{5 \cdot \pi}{3}$$

Per tal el perímetre és:  $P = 2r + \text{arc} = 2 \cdot 10 + \frac{5 \cdot \pi}{3} = 20 + \frac{5 \cdot \pi}{3} \cong 25.24$

### Exercicis proposats

1. Calculeu l'angle central i l'angle interior dels següents polígons regulars:

a) Decàgon.    b) Dodecàgon.    c) Polígon de 15 costats.

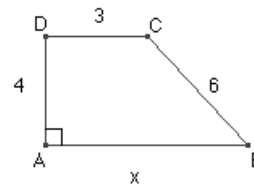
2. Calculeu la suma dels angles interiors d'un polígon convex de 20 costats.  
Quantes diagonals té?.

3. L'àrea d'un quadrat mesura  $20\text{cm}^2$ , calculeu el seu perímetre.

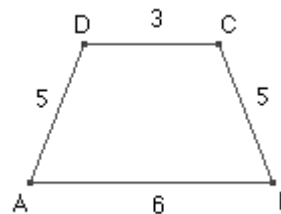
4. L'àrea d'un rectangle és  $20\text{cm}^2$  i un costat mesura 10 cm. Calculeu el perímetre i la diagonal del rectangle.

5. L'àrea d'un trapezi isòsceles (els costats no paral·lels iguals) és  $20\text{cm}^2$  les bases mesuren 7 cm, 3 cm respectivament. Calculeu l'altura i el perímetre del trapezi.

6.- Determineu l'àrea i el perímetre del següent trapezi rectangle:

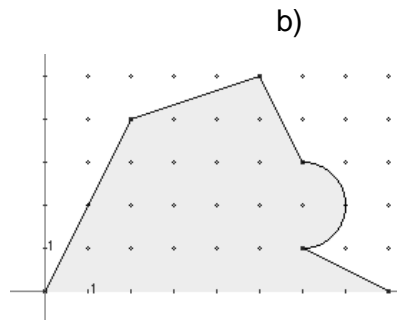
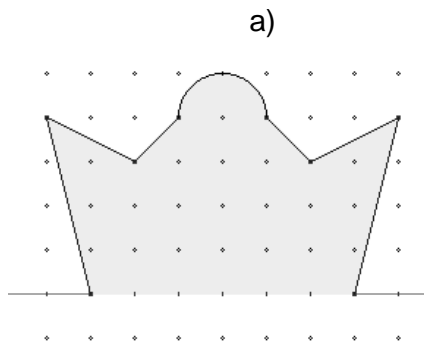


7. Determineu l'àrea i l'altura del següent trapezi isòsceles:



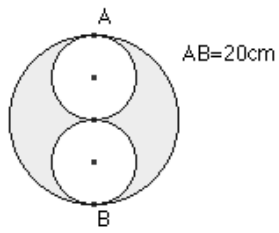
8. Les diagonals d'un rombe mesuren 16 cm i 12 cm respectivament. Calculeu la mesura d'un costat.

9. Les mesures de la circumferència màxima de dues pilotes de futbol oscil·len entre 68 cm i 71 cm. Entre quins valors varien el radi d'aquestes pilotes.
10. Calculeu el radi de la Terra en km, suposant-la esfèrica i saben que l'equador té aproximadament 40.000 km.
11. Calculeu la mesura d'un arc de circumferència de  $45^\circ$  sabent que el radi de la circumferència mesura 5 cm.
12. Una circumferència de radi 5 cm té un arc que mesura 10 cm. Quant mesura l'angle central que abraça aquest arc?
13. La longitud d'una circumferència és 10 cm. Calculeu l'àrea del cercle.
14. L'àrea d'un cercle és  $20\text{cm}^2$ . Calculeu la longitud de la seua circumferència.
15. Un quadrant de circumferència mesura 15 cm. Quant mesura el seu radi i l'àrea del sector que determina.
16. Calculeu l'àrea i el perímetre de la figura ombrejada:

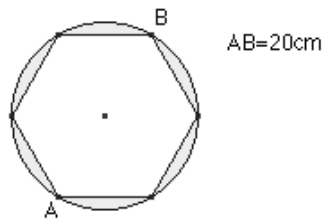


17. Calculeu l'àrea i el perímetre de la figura ombrejada:

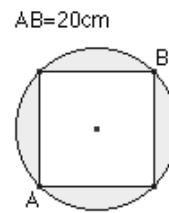
a)



b)

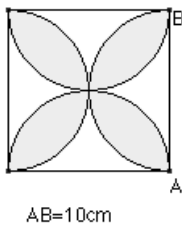


c)

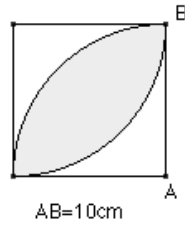


18. Calculeu l'àrea i el perímetre de la figura ombrejada:

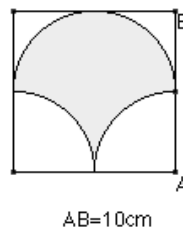
a)



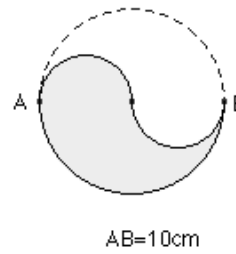
b)



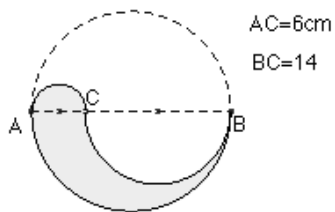
c)



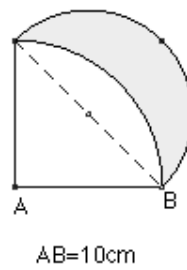
d)



e)



f)



g)

