

EQUACIONS DE PRIMER GRAU AMB UNA INCÒGNITA

Recordeu:

- Una **equació** és una igualtat algebraica en la qual apareixen lletres (incògnites) amb valor desconegut.
- El **grau d'una equació** ve donat per l'exponent major de la incògnita. En aquest tema treballarem amb equacions lineals (de grau 1) amb una incògnita.
- **Solucionar** una equació és trobar el valor o valors de les incògnites que transformen l'equació en una identitat.
- Dues equacions són **equivalents** si tenen les mateixes solucions.
- Per aconseguir equacions equivalents, només es pot fer alguna de les següents propietats:
Propietat 1: Sumar o restar a les dues parts de la igualtat una mateixa expressió.
Propietat 2: Multiplicar o dividir les dues parts de la igualtat per un nombre diferent de zero.

Exercicis d'autoaprenentatge:

1. Resolem algunes equacions:

Procediment per resoldre una equació de 1r grau:

- Eliminar denominadors: multiplicant ambdues parts de l'equació pel mínim comú múltiple dels denominadors. (Propietat 2)
- Eliminar parèntesis. (Propietat distributiva)
- Transposició de termes. Aconseguir una equació de la forma $a \cdot x = b$. (Propietat 1).
- Aïllar la incògnita. (Propietat 2).
- Comprovar la solució.

a) $3(2x+5) - 2(4+4x) = 7$ el primer que farem serà les operacions dels parèntesis
 $6x + 15 - 8 - 8x = 7$ sumem els termes en x i els termes independents
 $-2x + 7 = 7$ transposem els termes
 $-2x = 7 - 7 \Rightarrow -2x = 0$ aïllem la incògnita $\Rightarrow \boxed{x = 0}$

Comprovació:

Al substituir en l'equació $x = 0$, transforma l'equació en identitat:

$$3(2 \cdot 0 + 5) - 2(4 + 4 \cdot 0) = 7 \Rightarrow 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 7$$

b) $4 - \frac{x+3}{6} = 2 + \frac{9-2x}{3} \Rightarrow$ Multipliquem ambdues parts de l'equació pel mínim comú múltiple dels denominadors

$$6 \cdot \left(4 - \frac{x+3}{6}\right) = 6 \cdot \left(2 + \frac{9-2x}{3}\right) \Rightarrow$$

$$24 - (x+3) = 12 + 2(9-2x) \text{ eliminem els parèntesis}$$

$$24 - x - 3 = 12 + 18 - 4x \Rightarrow 21 - x = 30 - 4x \text{ transposem els termes}$$

$$4x - x = 30 - 21 \Rightarrow 3x = 9 \text{ aïllem la incògnita} \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

Comprovació:

$$4 - \frac{3+3}{6} = 2 + \frac{9-2 \cdot 3}{3} \Rightarrow 4 - \frac{6}{6} = 2 + \frac{3}{3}$$

2. ¿Són equivalents les següents equacions?

a) $x + 5 = 8$ i $7x + 1 = 22$

Hem de resoldre cadascuna d'elles i mirar si tenen la mateixa solució.

Resolem la primera: $x = 3$

Resolem la segona: $7x = 21 \Rightarrow x = 3$

Com que tenen la mateixa solució són equacions equivalents.

b) $x + 3 = 4$ i $8x + 8 = 8$.

Resolem la primera: $x = 1$

Resolem la segona: $8x = 0 \Rightarrow x = 0$

Com que **no** tenen la mateixa solució **no** són equacions equivalents.

3. Problemes resolts:

Procediment per resoldre problemes d'equacions:

- Definició de la incògnita
- Traduir al llenguatge algebraic l'enunciat.
- Plantejament de l'equació.
- Resolució de l'equació.
- Veure si el resultat de l'equació és coherent amb l'enunciat

a) Un nombre i la seua cinquena part sumen 18. ¿Quin és el nombre?

x = el nombre cercat. (definició de la incògnita)

La seua cinquena part és $\frac{x}{5}$ (transformació al llenguatge algebraic).

$x + \frac{x}{5} = 18$ (és el plantejament de l'equació).

Resolem l'equació: $5x + x = 90 \Rightarrow 6x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{6} \Rightarrow$

Aleshores, $x = 15$

Notem que al tornar a llegir el problema $x = 15$ és coherent amb l'enunciat, 15 més 3 (la seua cinquena part) són 18.

b) Vaig perdre un terç de les ovelles i vaig arribar amb 24. ¿Quantes ovelles tenia?

y = nombre d'ovelles que tenia.

Un terç de les que tenia és $\frac{y}{3}$

El plantejament serà una resta: $y - \frac{y}{3} = 24$

Resolem l'equació: $3y - y = 72 \Rightarrow 2y = 72 \Rightarrow y = \frac{72}{2} \Rightarrow \boxed{y = 36 \text{ ovelles}}$.

Notem que el resultat és un nombre natural coherent amb l'enunciat.

- c) En una botiga, d'un producte em varen rebair el 15% i vaig pagar 51 €. Quant costava el producte?

a = preu en € del producte.

El 15% de a és $\frac{15}{100}a$

El que costava el producte menys la rebair és el que vaig pagar:

$$a - \frac{15}{100}a = 51$$

$$\text{Resolem: } \frac{85}{100}a = 51 \Rightarrow a = \frac{51 \cdot 100}{85} \Rightarrow a = 60 \text{ €}$$

El resultat és coherent amb l'enunciat el 15% de 60€ són 9€, aleshores vaig pagar 51€

- d) Va regalar 8 cromos i es va quedar amb la meitat. Quants cromos tenia?

x = nombre de cromos que tenia.

Si va regalar 8 tindrà $x - 8$, i diu que aquesta quantitat coincideix amb la meitat dels que tenia,

és a dir, $\frac{x}{2}$.

El plantejament és: $x - 8 = \frac{x}{2}$.

$$\text{Resolem: } 2x - 16 = x \Rightarrow 2x - x = 16 \Rightarrow \boxed{x = 16 \text{ cromos.}}$$

Notem que el resultat és un nombre natural coherent amb l'enunciat.

- e) Fa 15 anys l'edat de Lluïsa era $\frac{2}{5}$ de l'edat que tindrà d'ací 15 anys. ¿Quina és la seua edat ara?

x = edat actual de Lluïsa.

Fa 15 anys tenia $x - 15$ anys i d'ací 15 anys tindrà $x + 15$.

El plantejament és: $x - 15 = \frac{2}{5}(x + 15)$

$$\text{Resolem: } 5x - 75 = 2(x + 15) \Rightarrow 5x - 75 = 2x + 30 \Rightarrow 3x = 105 \Rightarrow$$

$$x = \frac{105}{3} \Rightarrow \boxed{x = 35 \text{ anys és l'edat actual de Lluïsa.}}$$

El resultat és coherent amb l'enunciat. Si ara Lluïsa té 35 anys, dins de 15 anys Lluïsa tindrà 50 anys, fa 15 anys tenia 20 anys que són dues cinques parts de 50.

Exercicis proposats:

1. ¿Són equivalents les següents equacions?

a) $2x = 8$ i $3x - 2 = 10$

b) $2x = 8$ i $4x - 6 = 16$

c) $\frac{x}{3} + 1 = 4$ i $x - 1 = 8$

d) $\frac{x-2}{5} = \frac{1}{2}$ i $\frac{x+1}{2} = 5$

2. Resoleu les equacions següents:

a) $3x + 5 = 5x - 13$

b) $5(7 - x) = 31 - x$

c) $4(2 - 3x) = -2x - 27$

d) $6x - 8 = 4(-2x + 5)$

e) $3(2x - 2) = 2(3x + 9)$

f) $3(4x + 7) = 4x - 25$

g) $7x + 15 = 3(3x - 7)$

h) $\frac{4x + 1}{3} = \frac{12x - 3}{7}$

i) $\frac{2x - 5}{12} = \frac{-x}{4} - \frac{5}{3}$

j) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2}$

k) $\frac{2x + 4}{3} = \frac{x}{6} - 3$

l) $\frac{x + 11}{2} - \frac{2x + 3}{5} = 5$

m) $\frac{5x + 1}{6} + \frac{2x + 1}{3} = 2$

n) $\frac{6x + 1}{5} = -10 + \frac{2x + 1}{3}$

o) $x - \frac{x}{5} = 30$

p) $\frac{4x}{33 + x} = \frac{1}{3}$

q) $\frac{4x}{15} - \frac{6x + 28}{5} = 0$

r) $\frac{2x}{3} = \frac{5x}{12} - 2$

s) $3x - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{10} + 14$

t) $\frac{4x - 3}{5} - \frac{4x}{3} = \frac{2(x - 13)}{15}$

u) $\frac{3x + 5}{2} - \frac{4x - 5}{3} = \frac{7x + 1}{6} - 5$

v) $\frac{9x - 1}{13} - \frac{5x - 8}{4} = x + 6$

w) $5x - \frac{2x + 1}{2} = 3x + \frac{15x - 2}{4}$

x) $\frac{4(3x + 6)}{5} + 3 = \frac{2(2x + 5)}{3} - 3x$

y) $2x - 6 - \frac{2(2x + 8)}{3} = 4x - 1$

z) $\frac{7x - 6}{3} - (x + 2) = 4x + 2$

3. Resoleu les següents equacions:

a) $9 - 2(x + 4) - 10(25 - x + 4) = 5 - 3x - 4(x + 1)$

b) $\frac{7x}{3} + \frac{13}{2} - \frac{7x}{6} = \frac{17}{12} - \frac{3x}{4}$

c) $\frac{23x}{20} + 4x - \frac{13}{15} = \frac{7x}{5} + \frac{4x - 5}{20}$

d) $\frac{x - 4}{4} - \frac{5x + 3}{32} = \frac{7}{16} - \frac{5x}{8}$

e) $\frac{6x + 1}{12} - \frac{x - 13}{9} = \frac{5x - 3}{2} + \frac{x}{30}$

f) $\frac{3x + 8}{10} - \frac{9x - 9}{14} = \frac{31x - 4}{14} + \frac{4x - 1}{35}$

g) $\frac{8 - 4x}{3} - 2(5x + 8) = \frac{2(4x + 6)}{9} + 2(10x + 1)$

h) $\frac{6x - 19}{6x + 1} = 5$

i) $\frac{121 - 2x}{x} = \frac{5}{3}$

j) $(x + 4)^2 = x(x - 14) + 5$

k) $x^2 + 4 = (x + 1)(x + 3)$

l) $(x + 3)(x - 1) = x^2 + 5$

m) $x^2 + (x + 1)^2 = (2x - 1)(x + 4)$

Problemes:

1. Transformeu en llenguatge algebraic les següents proposicions:
 - a) La meitat d'un nombre més 3.
 - b) Tres nombres parells consecutius.
 - c) La quarta part més la cinquena part d'un nombre.
 - d) El triple del quadrat d'un nombre.
 - e) La diferència entre el quadrats de dos nombres consecutius.
 - f) L'arrel quadrada d'un nombre.
 - g) El doble d'un nombre més 3 és igual a 15.
 - h) El cub d'un nombre és igual a 27.
 - i) El doble del cub d'un nombre.
 - j) El cub del doble d'un nombre.
2. Joana té 5 anys més que l'Empar. Si entre els dos sumen 73 anys, quina és l'edat de cadascuna?
3. Un pare té 3 vegades l'edat de la filla. Si entre els dos sumen 48 anys, quina és l'edat de cadascun?
4. Determineu tres nombres consecutius que sumen 444.
5. Tinc $\frac{2}{3}$ del que val un ordinador. Quant val l'ordinador si em falten només 318€ per a comprar-lo?
6. Després de caminar 1500 m em queda per arribar al col·lege $\frac{3}{5}$ del camí. Quants metres té el trajecte?
7. Un pastor ven $\frac{5}{7}$ de les ovelles que té. Després en compra 60 i així en tindrà el doble de les que tenia abans de la venda. Quantes ovelles tenia en un principi?
8. Determineu un nombre que sumat amb la seua meitat i la seua tercera part done 55.

9. Tres socis han de repartir-se 3.000€ de beneficis. Quant tocarà a cadascú, si el primer ha de rebre 3 vegades més que el segon i el tercer dues vegades més que el primer?
10. El meu pare té 6 anys més que la meua mare. Quina edat té cadascú, si dins de 9 anys la suma de les seues edats serà 84 anys?
11. Una bicicleta ix d'una ciutat amb una velocitat de 25 km/h. 3 hores més tard ix un cotxe a la velocitat de 120 km/h. Quant de temps tardarà el cotxe a atrapar la bicicleta?
12. Quin nombre he de sumar als dos termes de la fracció $\frac{15}{135}$ a fi que es convertesca en $\frac{2}{7}$.
13. La diferència entre dos nombres és 656. Dividint el major entre el menor, resulta 4 de quocient i 71 de residu. Determineu el nombres.
14. La suma de tres nombres imparells consecutius és igual al doble del menor més 1. Determineu els nombres.
15. Determineu un nombre de dues xifres sabent que la suma de les xifres és 6 i que la diferència entre aquest nombre i el que resulta d'invertir l'ordre de les xifres és 18.
16. Dos obrers fan una feina en 3 hores. Un d'ells tot sol ho faria en 4 hores. Determineu el temps que tardaria l'altre tot sol.
17. Dels tres conductes que aflueixen en una bassa, un l'ompli sol en 36 hores, un altre en 30 hores, i el tercer en 20 hores. Calculeu el temps que tardaran a omplir-la junts.
18. Un dia compre 5 llibretes i 8 bolígrafs i pague 24€. L'endemà compre 8 llibretes i 5 bolígrafs i pague 20,85€. Quant pagaré un altre dia per 2 llibretes i 3 bolígrafs?
19. Un pare té 42 anys i els seus fills 7 i 5. Quants anys han de passar perquè l'edat del pare siga igual que la suma de les edats dels fills?
20. Troba dos nombres de forma que la seua diferència siga 120 i el menor siga la quinta part del major.
21. Si dels tres cinquens dels llibres que té Joan li llevem la meitat dels mateixos, ens queden encara 50. Quants llibres té Joan?
22. Ernest té 3 anys més que Mercè i aquesta en té 5 més que Lluís. Calculeu l'edat de cadascun si entre els tres sumen 58 anys.
23. Cal repartir 27 taronges en dues caixes de forma que a la primera hi haja 3 més que a la segona. Quantes taronges hi haurà a cada caixa?
24. Després de gastar les $\frac{4}{7}$ parts d'un dipòsit queden 78 litres. Quina és la capacitat del dipòsit?

25. Al comprar una camisa he pagat 27,59€. Si m'han rebaixat un 15%. Quant costava la camisa abans de les rebaixes?
26. Joan té 4000 ptes i Rosa en té 3500 ptes. Després de comprar ambdós el mateix llibre a Rosa li queda les 5/6 parts del que li queda a Joan. Quin és el preu del llibre?