Mª Àngels Lonjedo
Ricard Peiró

Equacions

Recordeu:

- Una **equació** és una igualtat algebraica en la qual apareixen lletres (incògnites) amb valor desconegut.
- El **grau d'una equació** ve donat per l'exponent major de la incògnita.
- **Solucionar** una equació és trobar el valor o valors de les incògnites que transformen l'equació en una identitat.
- Dues equacions són **equivalents** si tenen les mateixes solucions.
- Per aconseguir equacions equivalents, només es pot fer alguna de les següents propietats:
  Propietat 1: Sumar o restar a les dues parts de la igualtat una mateixa expressió.
  Propietat 2: Multiplicar o dividir les dues parts de la igualtat per un nombre diferent de zero.

Equacions de primer grau amb una incògnita.

Procediment per resoldre una equació de 1r grau:

- Eliminar denominadors: multiplicant ambdues parts de l'equació pel mínim comú múltiple dels denominadors. (Propietat 2)
- Eliminar parèntesis. (Propietat distributiva)
- Transposició de termes. Aconseguir una equació de la forma $a \cdot x = b$. (Propietat 1).
- Aïllar la incògnita. (Propietat 2).
- Comprovar la solució.

Resoleu la següent equació:

$$2 - \frac{x-1}{3} = x + \frac{8-x}{2}$$

Multipliquem ambdues parts de l'equació pel mínim comú múltiple dels denominadors:

$$6\left(2 - \frac{x-1}{3}\right) = 6\left(x + \frac{8-x}{2}\right) \Rightarrow$$

$$12 - 2(x-1) = 6x + 3(8-x)$$

Eliminem parèntesis:

$$12 - 2x + 2 = 6x + 24 - 3x$$

Transposem els termes:

$$-2x - 6x + 3x = 24 - 12 - 2 \quad \Rightarrow \quad -5x = 10$$

Aïllem la incògnita:

$$x = -2$$

Comprovació:

$$2 - \frac{-2-1}{3} = -2 + \frac{8-(-2)}{2} \quad \Rightarrow \quad 2 - \frac{-3}{3} = -2 + \frac{10}{2}$$

Mª Àngels Lonjedo
Ricard Peiró

Equacions de primer grau amb dues incògnites

Recordeu:

Una **equació de primer grau amb dues incògnites** és una expressió de la forma: $a \cdot x + b \cdot y = c$ on x, y són les incògnites , a i b són els coeficients i c el terme independent

Una solució de l'equació és un parell de valors reals que als substituir-los per les incògnites x, y, transformen l'equació en una identitat.

Les equacions de primer grau amb dues incògnites tenen infinites solucions. La representació gràfica d'aquestes solucions és una **recta.**

Resoleu gràficament i analíticament l'equació $3x - 2y = 6$

Notem que si aïllem una incògnita les solucions són infinites i depenen del valor que li donem a l'altra incògnita.

Aïllem la incògnita y

$2y = 3x - 6$, aleshores, $y = \dfrac{3x - 6}{2}$

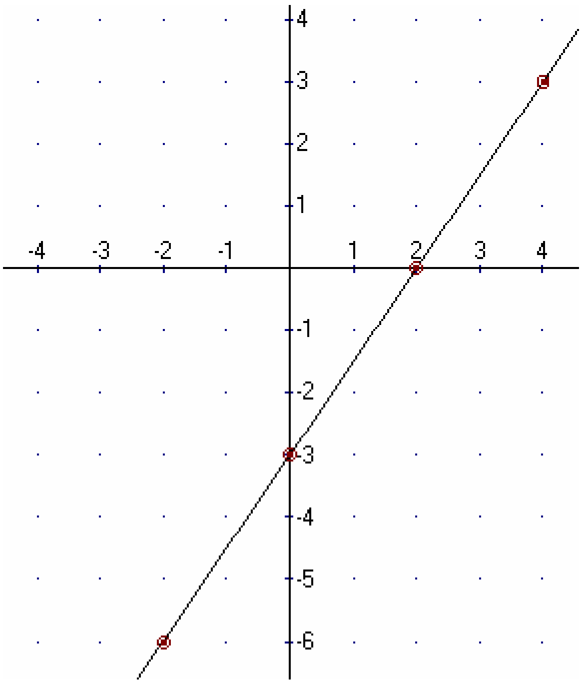
Les solucions de l'equació depenen del valors que li donem a la incògnita x.

Si li donem el valor a són: $\begin{cases} x = a \\ y = \dfrac{3a - 6}{2} \end{cases}$ Aquesta és la solució analítica.

Donem valors particulars a la incògnita x(–2,0,2,4) i calculem el valors de x. Construïm la taula:

x	y
–2	-6
0	-3
2	0
4	3

Representem els valors anteriors en el plànol cartesià. En l'eix d'abscisses els valors de la incògnita x. En l'eix d'ordenades els valors de la incògnita y.



Mª Àngels Lonjedo
Ricard Peiró

Sistemes d' equacions lineals.

Recordeu:

Un sistema lineal de dues equacions amb dues incògnites és un conjunt d'equacions de primer grau que es compleixen a la vegada.

L'expressió general és $\begin{cases} a\cdot x+b\cdot y=c \\ d\cdot x+e\cdot y=f \end{cases}$

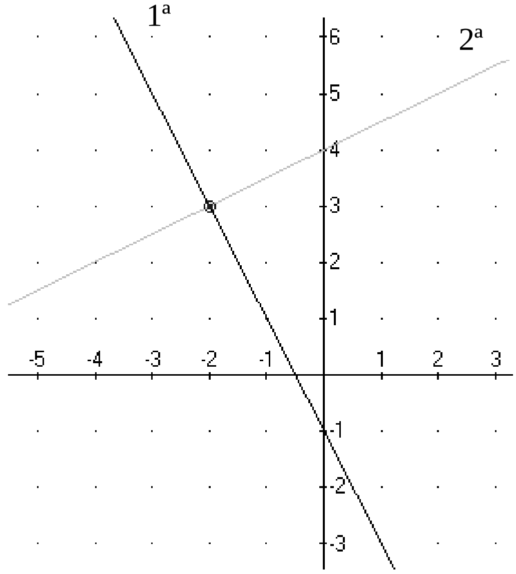
Un sistema d'equacions lineals es pot resoldre algebraicament per tres mètodes: Igualació, substitució i reducció.

Un sistema d'equacions lineals es pot resoldre gràficament. Cadascuna de les equacions, $y=m\cdot x+n$, representa una recta en el pla. Si el sistema té una solució les dues rectes es tallen en un punt que és la solució del sistema (x, y). Si són rectes coincidents el sistema té infinites solucions, els infinits punts de la recta. I si no té solució tindrem dues rectes paral·leles.

1. Resoleu gràficament el següent sistema: $\left.\begin{array}{l} 2x+y=-1 \\ -x+2y=8 \end{array}\right\}$

Resoldrem gràficament cadascuna de les equacions.
Aïllarem y de les dues equacions a fi de deixar-les de la forma $y=a\cdot x+b$

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y=-1 \\ -x+2y=8 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y=-1-2x \\ 2y=8+x \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y=-1-2x \\ y=\dfrac{8+x}{2} \end{array}\right\}$$



La primera equació és la recta $y=-2x-1$.
Dibuixem-la donant-li valors a la x per calcular la seua y corresponent:

x	-1	1
y	1	-3

Els punts $(-1,1)$, $(1,-3)$ determinen la recta

Anàlogament dibuixem la recta $y=\dfrac{x+8}{2}$

x	0	2
y	4	5

Els punts $(0,4)$, $(2,5)$ determinen la recta.
La solució és el punt de intersecció de les dues rectes: (–2, 3). Es a dir $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$

Nota un sistema lineal de dues incògnites té solució única (compatible determinat) si les rectes es tallen en un punt. Té infinites solucions (compatible indeterminat) si són la mateixa recta. El sistema no té solució (incompatible) si són paral·leles.

2. Resoleu el següent sistema pel mètode de igualació: $\left.\begin{array}{l} x+y=2 \\ x-2y=5 \end{array}\right\}$

Aïllem en cadascuna de les equacions la mateixa incògnita. Després igualem les dues equacions.
Aïllem la incògnita y de les dues equacions:

$\left.\begin{array}{l} y=2-x \\ y=\dfrac{x-5}{2} \end{array}\right\}$ Igualem les dues incògnites: $\left.\begin{array}{l} 2-x=\dfrac{x-5}{2} \\ y=2-x \end{array}\right\}$

Resolem la primera equació amb la incògnita x

$\left.\begin{array}{l} 4-2x=x-5 \\ y=2-x \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x=3 \\ y=2-x \end{array}\right\}$

Substituïm el valor de la incògnita x en la segona equació:

$\left.\begin{array}{l} x=3 \\ y=2-3 \end{array}\right\}$ La solució del sistema és $\left.\begin{array}{l} x=3 \\ y=-1 \end{array}\right\}$

Comprovació: vegem que els valors anteriors transformen les dues equacions inicials en identitats:

$\left.\begin{array}{l} 3+(-1)=2 \\ 3-2(-1)=5 \end{array}\right\}$

3. Resoleu el següent sistema pel mètode de substitució: $\left.\begin{array}{l} 5x-y=0 \\ 3x+y=8 \end{array}\right\}$

D'una equació aïllem una incògnita i substituïm el seu valor en l'altra equació.
De la primera equació aïllem la incògnita y:

$\left.\begin{array}{l} 5x-y=0 \\ 3x+y=8 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} y=5x \\ 3x+y=8 \end{array}\right\}$

Substituïm el valor de la incògnita y en la segona equació: $\left.\begin{array}{l} y=5x \\ 3x+5x=8 \end{array}\right\}$

Resolem la segona equació amb la incògnita x: $\left.\begin{array}{l} y=5x \\ 8x=8 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} y=5x \\ x=1 \end{array}\right\}$

Substituïm el valor de la incògnita x en la primera equació: $\left.\begin{array}{l} y=5\cdot 1 \\ x=1 \end{array}\right\}$

La solució del sistema és: $\left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=5 \end{array}\right.$

4. Resoleu el següent sistema pel mètode de reducció: $\left.\begin{array}{l} 2x=-10-6y \\ x-3y=7 \end{array}\right\}$

La mateixa incògnita de les dues equacions ha de tenir els coeficients oposats.
Després sumarem les equacions. Escrivim el sistema anterior en forma general:

$\left.\begin{array}{l} 2x+6y=-10 \\ x-3y=7 \end{array}\right\}$

Volem reduir la incògnita y. Multipliquem la segona equació per 2 (d'aquesta forma els seus coeficients seran oposats).

$$\left.\begin{array}{l}2x+6y=-10\\ 2\cdot(x-3y)=2\cdot 7\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}2x+6y=-10\\ 2x-6y=14\end{array}\right\}$$

Sumem les dues equacions:

$$\left.\begin{array}{l}4x+0y=4\\ 2x+6y=-10\end{array}\right\}$$ (noteu que sempre mantenim dues equacions) $$\left\{\begin{array}{l}4x=4\\ 2x+6y=-10\end{array}\right.$$

Resolem la primera equació amb la incògnita x:

$$\left.\begin{array}{l}x=1\\ 2x+6y=-10\end{array}\right\}$$

Substituïm el valor de la incògnita x en la segona equació:

$$\left.\begin{array}{l}x=1\\ 2\cdot 1+6y=-10\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l}x=1\\ 6y=-12\end{array}\right\}$$ La solució del sistema és: $$\left\{\begin{array}{l}x=1\\ y=-2\end{array}\right.$$

Equacions de segon grau

Recordeu

Una equació de segon grau és de la forma: $ax^2+bx+c=0$, on $a\neq 0$.

Les solucions de l'equació de segon grau són: $$\left\{\begin{array}{l}x=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\\ x=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\end{array}\right..$$

Anomenem discriminant i el representem per: $\Delta=b^2-4ac$.

El nombre de solucions de l'equació depén del signe del discriminant:

$$\left\{\begin{array}{ll}\text{Si } \Delta>0 & \text{l'equació té dues solucions reals diferents (existeix l'arrel quadrada)}\\ \text{Si } \Delta=0 & \text{l'equació té una solució real doble (l'arrel quadrada és zero)}\\ \text{Si } \Delta<0 & \text{l'equació no té solució real (l'arrel quadrada no existeix)}\end{array}\right.$$

Resoleu les següents equacions:

a) $3x^2-4x+1=0$ b) $x^2-4x=0$ c) $2x^2-18=0$

SOLUCIONS:

a) L'equació $3x^2-4x+1=0$ té tots els coeficients distints de zero. Per resoldre-la apliquem la fórmula:

$a=3, b=-4, c=1$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4.3.1}}{2.3}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{4\pm 2}{6}=\left\{\begin{array}{l}x=\dfrac{4+2}{6}=1\\ x=\dfrac{4-2}{6}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

Les solucions són $\boxed{x=1}$, $\boxed{x=\dfrac{1}{3}}$

b) Una equació de segon grau amb una incògnita és incompleta si els coeficients b o c són zero.
L'equació $x^2 - 4x = 0$ no té terme independent, c = 0.
Per resoldre-la traiem la incògnita x factor comú:

$x^2 - 4x = 0 \quad \Rightarrow \quad x(x-4) = 0$

Un producte és zero si un dels seus factors és zero.
Aleshores,
$x = 0$, o bé $x - 4 = 0$

Resolent la segona equació $x = 4$. Per tant, l'equació té dues solucions $\boxed{x = 0}$ i $\boxed{x = 4}$

c) L'equació $2x^2 - 18 = 0$ és incompleta. No té terme de grau primer, b = 0. Aïllem x^2 després farem l'arrel quadrada:

$2x^2 - 18 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2(x^2 - 9) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 9 = 0 \quad x^2 = 9$

Traient l'arrel quadrada:

$x = \pm\sqrt{9}$ Les solucions de l'equació són $\boxed{x = 3}$, $\boxed{x = -3}$

Les equacions b) i c) s'haurien pogut resoldre mitjançant la fórmula.

Equacions biquadrades:

Una equació biquadrada és una equació de quart grau de la forma $ax^4 + bx^2 + c = 0$, els coeficients de tercer i primer grau són zero.
Per resoldre l'equació farem el canvi de variable $z = x^2$

2. Resoleu l'equació biquadrada $x^4 - 13x^2 - 48 = 0$

Fem el canvi $z = x^2$, aleshores $z^2 = x^4$
L'equació es transformaria:
$z^2 - 13z - 48 = 0$
Resolem l'equació:
$a = 1, b = -13, c = -48$

$$z = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 192}}{2} = \frac{13 \pm 19}{2} \begin{cases} z = \dfrac{32}{2} = 16 \\ z = \dfrac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Desfem el canvi:
Si $z = 16 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 16$, resolent l'equació: $x = \pm 4$

Si $z = -3 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -3$, aquesta equació no té solució.

Per tant, les solucions de l'equació són $\boxed{x = 4}$, $\boxed{x = -4}$

Equacions de grau superior a 2 amb 1 incògnita.

Mètode de resolució:
Igualarem l'equació a zero.
Factoritzarem el polinomi (utilitzant la regla de Ruffini i el teorema del residu).
Igualarem cadascun dels polinomis factors a zero.
Resoldrem l'equació.

Resoleu la següent equació:
$x^5+3x^4-4x^3+(x+3)^2=x^4+2x^3+9x^2+x+3$
Efectuem operacions:
$x^5+3x^4-4x^3+x^2+6x+9=x^4+2x^3+9x^2+x+3$
Igualem a zero l'equació:
$x^5+2x^4-6x^3-8x^2+5x+6=0$
Per factoritzar el polinomi calcularem els seus zero (solucions de l'equació).
Provarem amb els divisors del terme independent que són $1,-1,2,-2,3,-3,6,-6$

	1	2	−6	−8	5	6
1		1	3	−3	−11	−6
	1	3	−3	−11	−6	$\boxed{0}$
−1		−1	−2	5	6	
	1	2	−5	−6	$\boxed{0}$	
−1		−1	−1	6		
	1	1	−6	$\boxed{0}$		
2		2	6			
	1	3	$\boxed{0}$			
−3		−3				
	1	$\boxed{0}$				

Factoritzem el polinomi
$(x-1)(x+1)^2(x-2)(x+3)=0$
Igualant cada factor a zero, tenim que les solucions són:
$x=1,\ x=-1,\ x=-1,\ x=2,\ x=-3$ que són els zeros o arrels del polinomi.

Equacions racionals amb una incògnita

Una equació s'anomena racional si té fraccions amb incògnites als denominadors.

Mètode de resolució:
Eliminar denominadors
Resoldre l'equació resultant.
Comprovar que les solucions no anul·len algun dels denominadors. (En aquest cas la solució és vàlida).

Resoleu l'equació recional:

$$\frac{2x+1}{x+4}-7=\frac{6-2x^2}{x+4}$$

Multipliquem les dues parts de l'equació pel mcm dels denominadors que és $x+4$

$$(x+4)\left(\frac{2x+1}{x+4}-7\right)=(x+4)\left(\frac{6-2x^2}{x+4}\right)$$

$$2x+1-7(x+4)=6-2x^2$$

$$2x+1-7x-28=6-2x^2$$

Escrivim l'equació de segon grau en forma general:

$$2x^2-5x-33=0$$

Resolem l'equació de segon grau:

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 2\cdot(-33)}}{2\cdot 2}=\begin{cases}\dfrac{5+17}{4}=\dfrac{11}{2}\\ \dfrac{5-17}{4}=-3\end{cases}$$

Les dues solucions són vàlides perquè no anul·len cap dels denominadors de l'equació inicial.

Equacions irracionals amb una incògnita.

Una equació és irracionals si té incògnites dins del radicand d'alguna arrel quadrada.

Mètode de resolució:
Aïllar un radical.
Elevar al quadrat les dues parts de la igualtat.
Resoldre l'equació resultant.
Comprovar que la solució o solucions satisfan l'equació inicial.

Resoleu l'equació: $3x-\sqrt{5+x}=6x+1$
Aïllem el radical:

$$-\sqrt{5+x}=6x+1-3x$$

$$-\sqrt{5+x}=3x+1$$

Elevem al quadrat ambdues parts de l'equació.

$$\left(-\sqrt{5+x}\right)^2=(3x+1)^2$$

Efectuem operacions:

$5+x=9x^2+6x+1$

Escrivim l'equació de segon grau en forma general:

$9x^2+5x-4=0$

Resolem l'equació:

$$x=\frac{-5+\sqrt{5^2-4\cdot 9\cdot(-4)}}{2\cdot 9}=\begin{cases}\dfrac{-5+13}{18}=\dfrac{4}{9}\\[2mm] \dfrac{-5-13}{18}=-1\end{cases}$$

Provem si les solucions anteriors satisfan l'equació inicial:

$x=\frac{4}{9}$, $\quad 3\cdot\frac{4}{9}-\sqrt{5+\frac{4}{9}}\neq 6\cdot\frac{4}{9}+1$ per tant no és solució.

$x=-1$, $\quad 3\cdot(-1)-\sqrt{5-1}=6\cdot(-1)+1$ per tant és solució.

Sistemes d'equacions no lineals amb dues incògnites.

Un sistema és no lineal si alguna o les dues equacions no és de grau major o igual a 2.

No hi ha mètode general de resolució.

a) Resoleu el següent sistema:

$$\begin{cases}x+y=12\\ xy=-45\end{cases}$$

Notem que la segona equació és de segon grau.

De la primera equació aïllem la incògnita x i substituïm el seu valor en la segona equació:

$$\begin{cases}x=12-y\\ (12-y)y=-45\end{cases}$$

Efectuem operacions en la segona equació:

$$\begin{cases}x=12-y\\ 12y-y^2=-45\end{cases}$$

La segona equació és de segon grau en la incògnita y. Resolem-la:

$$\begin{cases}x=12-y\\ y^2-12y-45=0\end{cases}\qquad \begin{cases}x=12-y\\ y=\dfrac{12\pm\sqrt{12^2-4\cdot 1\cdot(-45)}}{2}=\dfrac{12\pm 18}{2}\end{cases}$$

La incògnita y té 2 solucions aleshores el sistema té 2 solucions:

1ª solució: $\begin{cases}x=-3\\ y=15\end{cases}$ la 2ª solució $\begin{cases}x=15\\ y=-3\end{cases}$

b) Resoleu el següent sistema:

$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 12 \\ 2x^2 + y = 5 \end{cases}$$

De la segona equació aïllem la incògnita y i substituïm el seu valor en la primera equació:

$$\begin{cases} 3x^2 + \left(5 - 2x^2\right)^2 = 12 \\ y = 5 - 2x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x^2 + 25 - 20x^2 + 4x^4 = 12 \\ y = 5 - 2x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x^4 - 17x^2 + 13 = 0 \\ y = 5 - 2x^2 \end{cases}$$

La primera equació és una equació biquadrada:

$$\begin{cases} x^2 = \dfrac{17 \pm \sqrt{81}}{8} \\ y = 5 - 2x^2 \end{cases}$$ La incògnita x té 4 solucions $x = 1, -1, +\sqrt{\dfrac{13}{4}}, -\sqrt{\dfrac{13}{4}}$.

Aleshores el sistema té 4 solucions:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \sqrt{\dfrac{13}{4}} \\ y = \dfrac{-3}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -\sqrt{\dfrac{13}{4}} \\ y = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$$

Exercicis proposats:

1. Resoleu les equacions següents:

a) $3x - 5 = 11 + 7x$

b) $4(2 - 3x) = -2x - 27$

c) $3(2x - 2) = 2(3x + 9)$

d) $7x + 15 = 3(3x - 7)$

e) $\dfrac{4x + 1}{3} = \dfrac{12x - 3}{7}$

f) $\dfrac{2x - 5}{12} = \dfrac{-x}{4} - \dfrac{5}{3}$

g) $\dfrac{x}{5} + \dfrac{x}{3} - 1 = \dfrac{x}{2}$

h) $\dfrac{2x + 4}{3} = \dfrac{x}{6} - 3$

i) $\dfrac{2x + 3}{5} - \dfrac{x + 11}{2} = -5$

j) $\dfrac{6x + 1}{5} = -10 + \dfrac{2x + 1}{3}$

k) $\dfrac{4x}{33 + x} = \dfrac{1}{3}$

l) $\dfrac{4x}{15} - \dfrac{6x + 28}{5} = 0$

m) $\dfrac{2x}{3} = \dfrac{5x}{12} - 2$

n) $\dfrac{4x - 3}{5} - \dfrac{4x}{3} = \dfrac{2(x - 13)}{15}$

o) $\dfrac{3x + 5}{2} - \dfrac{4x - 5}{3} = \dfrac{7x + 1}{6} - 5$

p) $5x - \dfrac{2x + 1}{2} = 3x + \dfrac{15x - 2}{4}$

q) $\dfrac{4(3x + 6)}{5} + 3 = \dfrac{2(2x + 5)}{3} - 3x$

r) $2x - 6 - \dfrac{2(2x + 8)}{3} = 4x - 1$

s) $\left(x + 4\right)^2 = x(x - 14) + 5$

t) $x^2 + \left(x + 1\right)^2 = (2x - 1)(x + 4)$

2. Resoleu les següents equacions gràficament i analíticament, doneu almenys 4 solucions particulars en cada cas.

a) $2x + y = 3$
b) $x - 2y = 6$
c) $2x - 4y = 5$
d) $-2x + 3y = 4$
e) $4x - 1 = 3y + 11$
f) $2x + 5y = -10$

3. Resoleu gràficament el següent sistema d'equacions. Expliqueu el resultat obtingut.

a) $\begin{cases} 9x + 8y = 35 \\ 5x - 6y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 8y = -5 \\ 3x + 2y = 31 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = -4 \\ x - y = -9 \end{cases}$

4. Resoleu els següents sistemes d'equacions lineals, emprant el mètode més adient:

a) $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -5x + 3y = 2 \\ 3(x-1) + 2y = 5(y - 2x) + 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - y = 1 \\ 2x + 3y = 18 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3(x-1) - 5y = 1 - 3x \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 5x + y = 7 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 5x - 2y = 10 \end{cases}$

5. Resoleu les següents equacions de segon grau:

a) $x^2 - 11x = 0$
b) $2x^2 - 288 = 0$
c) $x^2 - 2x - 8 = 0$
d) $7x^2 - 20x - 3 = 0$
e) $x(x-1) + x(x-3) = 48$
f) $(x-1)^2 - (x+3)^2 - x^2 = 7$
g) $4x^2 - x + 2 = 0$
h) $3x^2 = -343$
i) $7x^2 + 26 = x^2 + 80$
j) $3(x+1) - x(2x-1) = 4x - 1$
k) $x^2 - 50 - 6x = 9x$
l) $5x^2 = 6x + 1$
m) $(x+2)^2 = 16$
n) $3(x-1)(x+2) = 6x$

6. Resoleu les següents equacions biquadrades:

a) $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$
b) $9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$
c) $x^2 + \dfrac{125}{x^2} = 30$
d) $x^4 + 6x^2 = 48$
e) $x^2(x^2 - 5) = -4$
f) $x^4 + 100 = 20x^2$

7. Resoleu les següents equacions:

a) $(x+3)(2x-6)(x-1)=0$

b) $(2x+4)(x+1)^2x=0$

c) $(x-3)(x+5)x^2(x+1)^2=0$

d) $(2x+2)(3x-4)(1-4x)4x=0$

e) $(x^2-4)(x^2+12x)=0$

f) $(x^2+3x-4)(2x+11)(x^2+4x)=0$

g) $(x^2+9)(x+1)(2x+1)(x+4)^2=0$

h) $(x-1)x(x^2-16)(2x+3)(x^2+3x+4)=0$

8. Resoleu les següents equacions:

$x^4+9x^3+21x^2-x-30=0$

$x^4+2x^3-7x^2-8x+12=0$

$x^5+3x^4-17x^3-87x^2-128x-60=0$

$x^5+4x^4=4x^3+34x^2+45x+18$

$x^5+6x^4+5x^3-24x^2-36x=0$

$x^6+2x^5-3x^4-4x^3+4x^2=0$

$x^4-2x^2+1=0$

$x^4+2x^3-12x^2+14x-5=0$

9. Resoleu les següents equacions racionals:

a) $\dfrac{2x+1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=2$

b) $\dfrac{1-x}{x+3}=\dfrac{x-1}{3}$

c) $\dfrac{x^2+2x-3}{x+3}=6$

d) $\dfrac{x}{x^2-4}=\dfrac{3}{2x+1}$

e) $\dfrac{2x-2}{x}+x=\dfrac{3x+1}{x}+1$

f) $\dfrac{7}{2}+\dfrac{3}{x}=\dfrac{2x-1}{5}$

g) $\dfrac{6}{x}+\dfrac{9}{x+1}=6$

h) $\dfrac{8}{x-1}-\dfrac{10}{x}=\dfrac{x^2-25}{x^2-x}$

i) $\dfrac{2x+3}{x^2-2x}=\dfrac{3}{x-2}$

j) $\dfrac{4x}{x^2-2x}=\dfrac{x+1}{x-2}$

k) $\dfrac{7}{x+1}=\dfrac{4x+1}{x^2+2x+1}$

l) $\dfrac{5x+25}{x}+\dfrac{2x^2+3x-5}{x^2}=10$

10. Resoleu les següents equacions irracionals

a) $\sqrt{2x+3}=4$

b) $2=\sqrt{x+1}$

c) $\sqrt{3x-4}=x$

d) $\sqrt{10x+9}=x$

e) $\sqrt{x^2+3x}=2$

f) $\sqrt{x^2+3x+6}=x$

g) $1+\sqrt{5x+2}=4$

h) $\sqrt{x^2+2x+4}=x+4$

i) $\sqrt{x+10}=x-2$

j) $\sqrt{2x+1}=1-x$

k) $-x+2=\sqrt{1-8x}$

l) $\sqrt{4+3x}-2=x$

m) $\sqrt{4-5x}+2=x$

n) $\sqrt{2x+6}=1+\sqrt{x+4}$

o) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}=5$

p) $\sqrt{1-4x}-\sqrt{x+3}=2$

11. Resoleu els següents sistemes no lineals:

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ xy = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ y = 3 - x^2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 4y = -10 \\ x^2 = 4y^2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 5 \\ 2x^2 - y^2 = -2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 25 \\ -3x^2 + 2y^2 = 50 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 6 \\ 3x^2 - y = 1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 4 \\ x + 2y^2 = 12 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x + y^2 = 7 \\ x = y + 1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x^2 + 2y = 14 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$

j) $\begin{cases} y^2 = 2x^2 - 1 \\ x^2 = 4y - 3 \end{cases}$

k) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ xy = -20 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 4x^2 + 3y = 2 \\ 2x + 9y^2 = 1 \end{cases}$

Problemes.

1. Joana té 13 anys més que l'Empar. Si entre els dos sumen 73 anys, quina és l'edat de cadascuna?

2. Un pare té 5 vegades l'edat de la filla. Si la diferència d'anys és 52, quina és l'edat de cadascun?.

3. Determineu tres nombres consecutius que sumen 444.

4. Determineu un nombre que sumat amb la seua meitat i la seua tercera part done 231.

5. Tres socis han de repartir-se 6.000€ de beneficis. Quant tocarà a cadascú, si el primer ha de rebre 3 vegades més que el segon i el tercer dues vegades més que el primer?

6. Una bicicleta ix d'una ciutat amb una velocitat de 25 km/h. 3 hores més tard ix un cotxe a la velocitat de 120 km/h. Quant de temps tardarà el cotxe a atrapar la bicicleta?

7. Quin nombre he de sumar als dos termes de la fracció $\frac{187}{742}$ a fi que es convertesca en $\frac{2}{7}$.

8. La diferència entre dos nombres és 656. Dividint el major entre el menor, resulta 4 de quocient i 71 de residu. Determineu el nombres.

9. Determineu un nombre de dues xifres sabent que la suma de les xifres és 6 i que la diferència entre aquest nombre i el que resulta d'invertir l'ordre de les xifres és 18.

10. Dos obrers fan una feina en 3 hores. Un d'ells tot sol ho faria en 4 hores. Determineu el temps que tardaria l'altre tot sol.

11. Dels tres conductes que aflueixen en una bassa, un l'ompli sol en 36 hores, un altre en 30 hores, i el tercer en 20 hores. Calculeu el temps que tardaran a omplir-la junts.

12. Un pare té 42 anys i els seus fills 7 i 5. Quants anys han de passar perquè l'edat del pare siga igual que la suma de les edats dels fills?

13. Troba dos nombres de forma que la seua diferència siga 120 i el menor siga la quinta part del major.

14. Ernest té 3 anys més que Mercè i aquesta en té 5 més que Lluís. Calculeu l'edat de cadascun si entre els tres sumen 58 anys.

15. Cal repartir 27 taronges en dues caixes de forma que a la primera hi haja 3 més que a la segona. Quantes taronges hi haurà a cada caixa?

16. Al comprar una camisa he pagat 27,59€. Si m'han rebaixat un 15%. Quant costava la camisa abans de les rebaixes? Calculeu un nombre de forma que si li sumem la meitat del seu quadrat el resultat siga 310.

17. Calculeu dos nombres de forma que la seua suma siga 40 i que la suma dels seus quadrats siga 818.

18. Les mesures dels costats d'un triangle rectangle són tres nombres parells consecutius. Trobeu les longituds dels costats.

19. Determineu dos nombres la diferència dels quals siga 15 i el producte d'ambdós siga 406.

20. Determineu dos nombres el producte dels quals siga 72 i la suma dels seus quadrats siga 180.

21. El perímetre d'un rectangle és 84 m i la diagonal mesura 30 m. Determineu l'àrea del rectangle.

22. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 25 m i la suma de les longituds dels catets és 35 m. Determineu la mesura dels catets.

23. Determineu dos nombres que multiplicats donen 504 i el seu quocient és $\frac{2}{7}$.

24. Determineu el perímetre d'un quadrat sabent que l'àrea és de 729 m^2.

25. En un triangle la base amida 4 cm més que l'altura. Sabent que l'àrea és de 96 cm^2, quants cm amiden la base i l'altura.