

FUNCIONS

Recordeu:

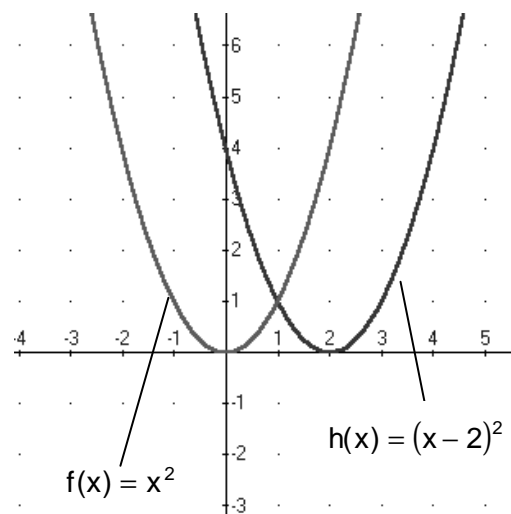
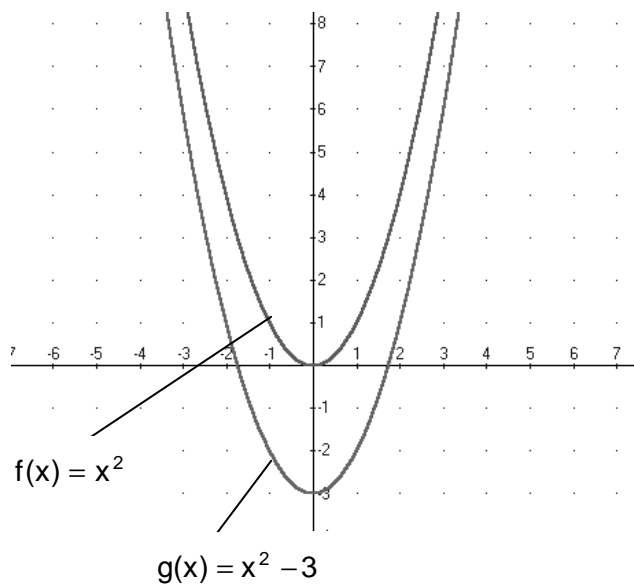
- Una funció és una correspondència entre dos conjunts, de forma que cada element del conjunt inicial li correspon només un element del conjunt final.
- $y = f(x)$ és una forma d'anomenar a una funció. Diem que x és la variable independent i que y és la variable dependent. També diem que y és imatge de x , i que x és una antiimatge de y . Ho representarem per $x = f^{-1}(y)$.
- La gràfica d'una funció $f(x)$ és la representació en uns eixos cartesianes dels parells de valors $(x, f(x))$.
- Representem les funcions als eixos de coordenades. La variable independent, x , es representa a l'eix d'abscisses i la variable dependent, y , es representa a l'eix d'ordenades.
- El domini d'una funció és el conjunt dels elements que tenen imatge.
- El recorregut d'una funció és el conjunt dels elements que són imatge d'altres.

Traslats de funcions:

Siga la funció $f(x)$

La funció $g(x) = f(x) + p$ fa un trasllat vertical de p unitats de la funció $f(x)$

La funció $h(x) = f(x - q)$ fa un trasllat horitzontal de q unitats de la funció $f(x)$.



Característiques generals d'una funció.

Punts de tall amb l'eix d'abscisses.

Siga la funció $f(x)$.

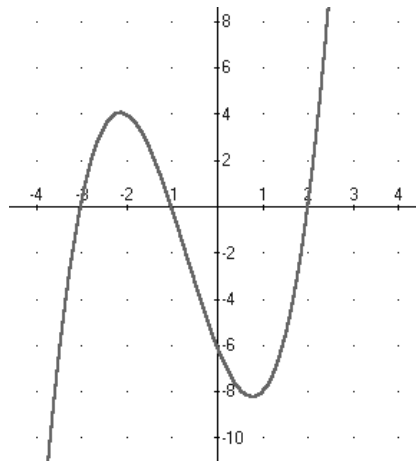
Els punts de tall amb l'eix d'abscisses o arrels de la funció són els punts $(x, 0)$ tals que $f(x) = 0$

Punt de tall amb l'eix d'ordenades.

Siga la funció $f(x)$. El punt de tall amb l'eix d'ordenades és $(0, f(0))$.

Exemple:

Siga la següent funció:



Notem que els punts de tall amb l'eix d'abscisses són $(-3, 0)$, $(-1, 0)$, $(2, 0)$

El punt de tall amb l'eix d'ordenades és $(0, -6)$

Creixement:

Direm que una funció $f(x)$ és creixent en l'interval $[a, b]$

si $x_1, x_2 \in [a, b]$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

És a dir, en augmentar la variable independent augmenta la variable dependent.

Direm que una funció $f(x)$ és decreixent en l'interval $[a, b]$

si $x_1, x_2 \in [a, b]$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

És a dir, en augmentar la variable independent augmenta la variable dependent.

Extrems locals: Màxims i mínims.

Direm que un valor $x = a$ és un màxim de la funció si al voltant d'aquest valor les imatges de la funció són menors que $f(a)$

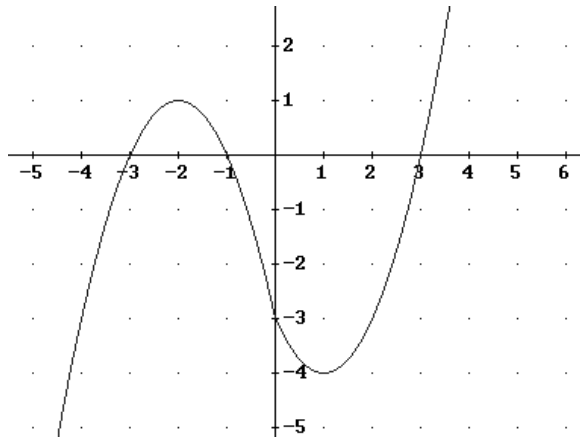
Direm que un valor $x = a$ és un mínim de la funció si al voltant d'aquest valor les imatges de la funció són majors que $f(a)$

Continuïtat:

Direm que la funció $f(x)$ és contínua en un interval $[a,b]$ quan es pot dibuixar d'un sol traç sense aixecar el llapis del paper.

Exemple:

Estudieu els punts de tall, creixement decreixement i extrems locals de la següent funció:



Els punts de tall amb l'eix d'abscisses són: $(-3, 0)$, $(-1, 0)$, $(3, 0)$

El punt de tall amb l'eix d'ordenades és: $(0, -3)$

La funció és creixent en l'interval: $]-\infty, -2[\cup]1, +\infty[$

La funció és decreixent en l'interval: $]-2, 1[$

El punt $(-2, 1)$ és un màxim de la funció.

El punt $(1, -4)$ és un mínim de la funció.

La funció és contínua en tota la recta real.

Taxa de variació d'una funció en un interval.

Siga la funció $f(x)$ i l'interval $[a, b]$

Anomenem taxa de variació de la funció $f(x)$ en l'interval $[a, b]$ al valor $f(b) - f(a)$

Taxa mitjana de variació d'una funció en un interval.

Siga la funció $f(x)$ i l'interval $[a, b]$

Anomenem taxa mitjana de variació de la funció $f(x)$ en l'interval $[a, b]$ al valor $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

Exemple:

Siga la funció $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$

a) Calculeu la taxa de variació de la funció en l'interval $[-2, 1]$

b) Calculeu la taxa mitjana de variació de la funció en l'interval $[-2, 1]$

a)

$$f(-2) = 2(-2)^3 - 3(-2) + 1 = -9$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 1 = 0$$

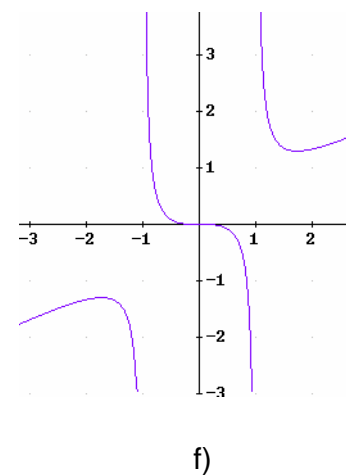
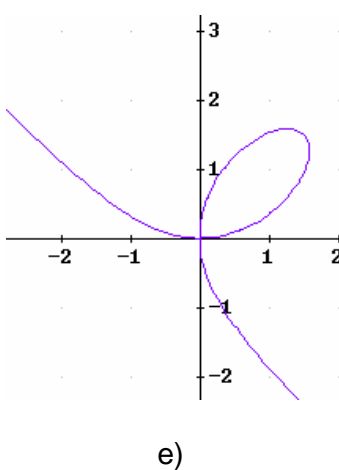
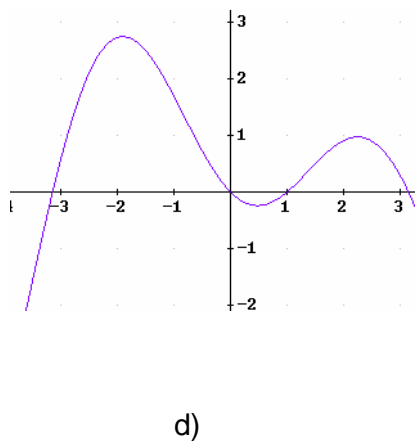
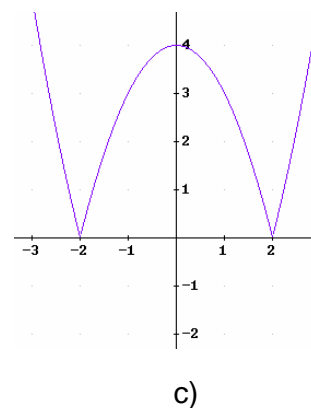
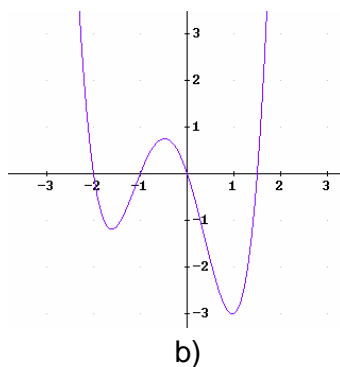
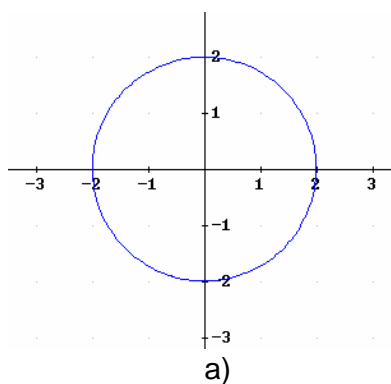
$$f(1) - f(-2) = 0 - (-9) = 9$$

b)

$$\frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{0 - (-9)}{1 + 2} = 3$$

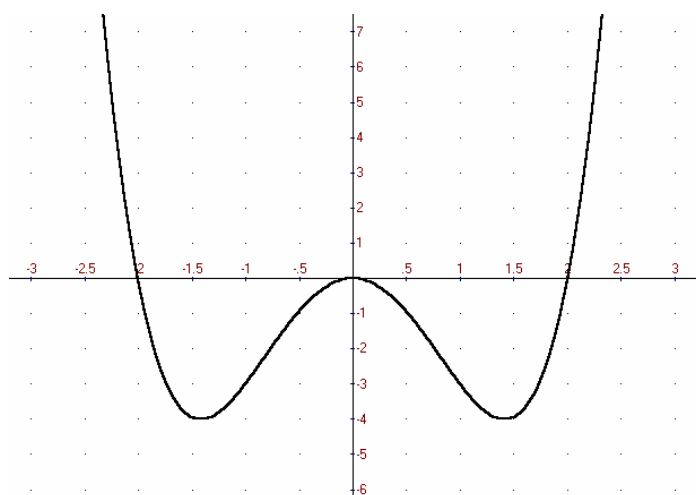
Exercicis proposats

1. De les següents gràfiques indiqueu quines són funcions i quines no.

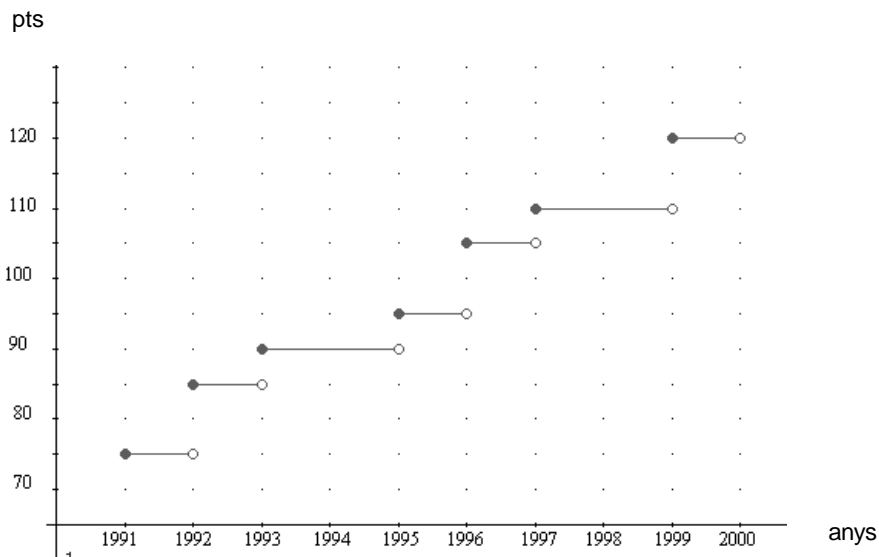


2. Siga la gràfica de la funció $y = f(x)$:

- Determineu els punts de tall.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement.
- Determineu els extrems locals.
- Calculeu: $f(0.5)$, $f(-1)$, $f(1.5)$
- Calculeu: $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(-1)$

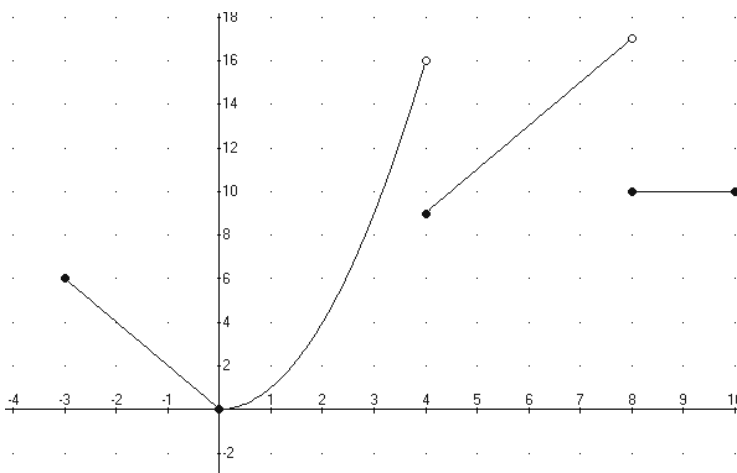


3. La gràfica de la funció representa els preus de l'autobús a una ciutat imaginària. A l'eix d'abscisses representem els anys i al d'ordenades els preus en pessetes.



- Quin és el preu del bitllet l'any 1995?
- Durant quin període el bitllet costava 105 pessetes?
- Estudieu la pujada dels preus de l'autobús.
- A l'any 1994 i al 1998 hi ha una baixada del preu del carburant molt important. Penseu que queda reflectida a la gràfica?

4. Siga la gràfica següent:

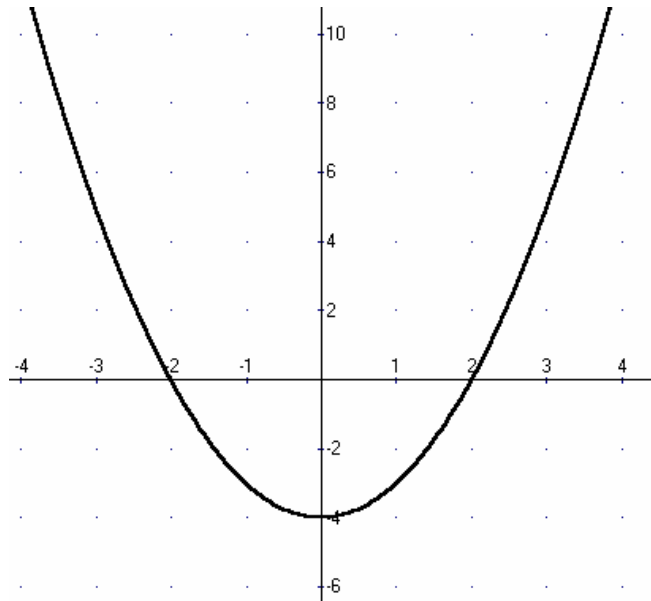


- Estudieu el seu domini.
- Estudieu el seu recorregut.
- Determineu els intervals de creixement i decreixement.
- Calculeu $f(-3)$, $f(0)$, $f(8)$, $f(2)$, $f(4)$, $f(-1)$

e) Calculeu $f^{-1}(17)$, $f^{-1}(8)$, $f^{-1}(4)$, $f^{-1}(6)$, $f^{-1}(0)$

5. Siga la gràfica de la funció $f(x)$:

- a) Determineu els punts de tall.
- b) Determineu els intervals de creixement i decreixement.
- c) Calculeu la variació de la funció en l'interval $[0,2]$
- d) Calculeu la variació de la funció en l'interval $[-3,1]$.
- e) Calculeu la taxa mitjana de variació en l'interval $[-2,0]$.
- f) Calculeu la taxa mitjana de variació en l'interval $[1,3]$



6. Siga la funció $f(x) = -2x + 3$.

- a) Determineu el seu domini.
- b) Determineu els punts de tall.
- c) Calculeu $f(-3)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(5)$.
- d) Calculeu $f^{-1}(-4)$, $f^{-1}(-1)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(3)$
- e) Calculeu la variació de la funció en l'interval $[-2,1]$
- f) Calculeu la variació de la funció en l'interval $[1,4]$
- g) Calculeu la taxa mitjana de variació de la funció en l'interval $[-5,-3]$.
- h) Calculeu la taxa mitjana de variació de la funció en l'interval $[1,5]$.

7. Siga la funció $f(x) = x^2 + 5x - 6$

- a) Determineu el seu domini.
- b) Determineu els punts de tall.
- c) Calculeu $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(4)$.
- d) Calculeu $f^{-1}(-4)$, $f^{-1}(-15)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(2)$
- e) Calculeu la variació de la funció en l'interval $[-3,0]$
- f) Calculeu la variació de la funció en l'interval $[1,4]$
- g) Calculeu la taxa mitjana de variació de la funció en l'interval $[-7,-3]$
- h) Calculeu la taxa mitjana de variació de la funció en l'interval $[2,5]$.

8. Dibuixeu a uns eixos de coordenades (espai/temps), el recorregut efectuat per un cotxe que fa un viatge de 3 hores i mitja a una velocitat de 100 km/h, descansa un hora i continua viatjant per recórrer 350 km en 3 hores.

- a) Quants quilòmetres ha recorregut?

- b) Quin temps ha invertit en fer tot el viatge?
c) Quina ha sigut la velocitat mitjana?

9. Sabem que 0°centígrads són 32°fahrenheit, i que 100°centígrads són 212°fahrenheit. Ompliu la taula següent i escriviu una funció que serveixi per transformar graus centígrads en graus fahrenheit.

°C	0	15	20	36	38
°F	32				

Una persona a temperatura normal 36'5°C, quants graus fahrenheit té?
I si té una febre de 37'5 °C?

10. Anem al mercat a comprar pomes que van a 1,5€/kg.
Volem saber quant haurem de pagar segons els quilos que comprem.

- a) Completeu la taula següent:

kg	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4
€									

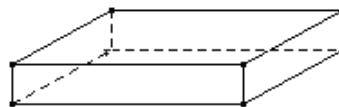
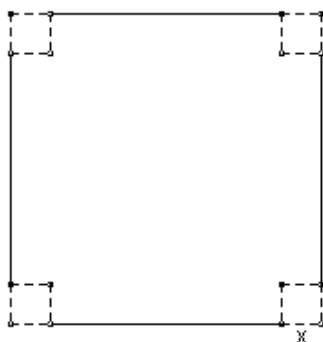
- b) Representeu la taula en uns eixos de coordenades.
c) Definiu la funció que relacione els quilos de pomes i el que hem de pagar.

11. A la taula següent tenim la relació entre el costat d'un quadrat i la seua àrea.

x (costat, cm)	1	3	6	7	8	9	12	14
y (àrea, cm ²)		9						

Determineu la fórmula que relaciona el costat i l'àrea i dibuixeu-la.

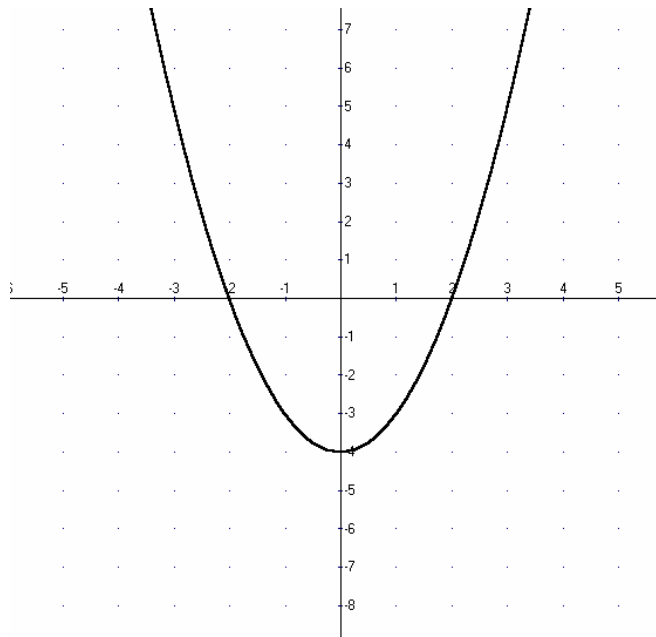
12. Amb un cartró quadrat de 100cm² volem construir una caixa de base quadrada tallant un quadrat a cada cantonada. Determineu el volum de la caixa en funció dels centímetres del costat del quadrat que tallem.



Representeu la funció en els eixos coordenats.

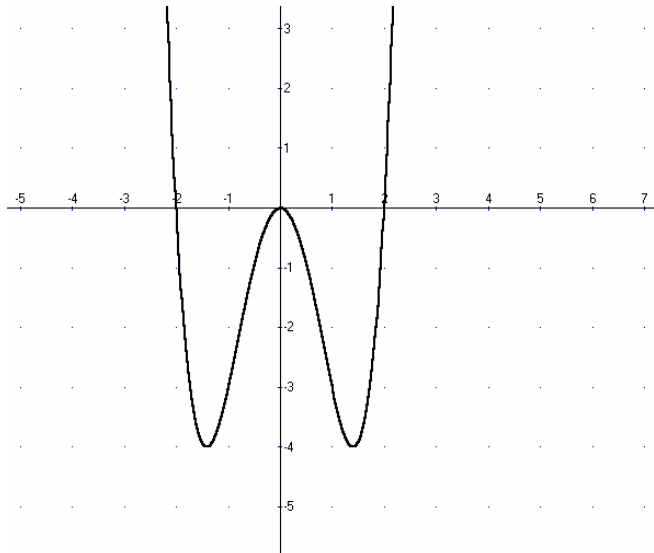
13. Donada la gràfica de la funció $f(x)$.
Representeu en els mateixos eixos
coordenats les funcions:

- a) $g(x) = f(x) + 2$
- b) $h(x) = f(x) - 3$
- c) $k(x) = f(x) + 1$
- d) $m(x) = f(x + 2)$
- e) $n(x) = f(x - 1)$
- f) $p(x) = f(x - 4)$



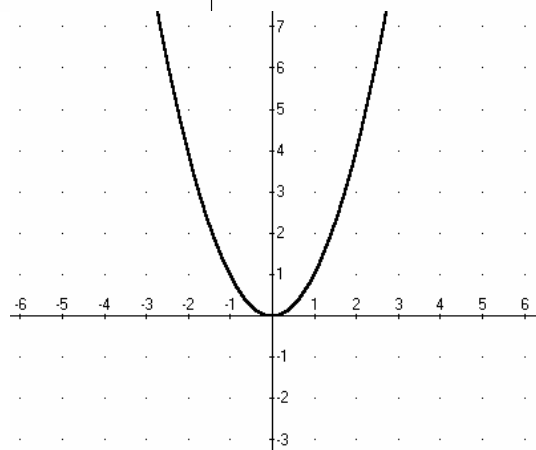
14. Donada la gràfica de la funció $f(x)$.
Representeu en els mateixos eixos
coordenats les funcions:

- $g(x) = f(x) + 1$
- $h(x) = f(x) - 2$
- $k(x) = f(x) + 3$
- $m(x) = f(x + 1)$
- $n(x) = f(x - 2)$
- $p(x) = f(x - 3)$



15. Siga la funció $f(x) = x^2$. Determineu les
funcions:

- $g(x) = f(x) + 3$
- $h(x) = f(x) - 4$
- $k(x) = f(x) + 5$
- $m(x) = f(x + 3)$
- $n(x) = f(x - 4)$



$$p(x) = f(x - 3)$$